

簡介 LPILE 程式在樁基礎受水平  
承載之應用

**INTRODUCTION TO ANALYSIS OF LATERALLY  
LOADED PILE USING LPILE PROGRAM**

謝青峰，王劍虹

Chine-Feng Shie and Chien-Hong Wang

原著載於地工技術雜誌第41期，  
1993年3月，38-44頁

*Reprinted from Sino-Geotechnics Magazine,  
No.41,  
March, 1993,  
pp.38-44*

# INTRODUCTION TO ANALYSIS OF LATERALLY LOADED PILE USING LPILE PROGRAM

## ABSTRACT

Analysis of pile subject to lateral loading is one of the topics of soil-structure interaction problems. This article describes the analysis of laterally loaded pile using LPILE program. The theoretical background of the program are briefly mentioned. Several problems are analysis. The problems include bearing capacity of laterally loaded pile embedded in sand/clay soil, effect of scouring on the bearing capacity and effect of pile head fixity on the bearing capacity. The analysis results show that the existence of scouring degrades significantly the lateral bearing capacity of a pile; the pile fixed at the top against rotation doubles its lateral bearing capacity compared to that of the pile having free head at the top.

# 簡介 LPILE 程式在樁基礎受水平承載之應用

謝青峰\*王劍虹\*\*

## 摘要

垂直樁承受水平載重之分析屬結構與土壤互制的問題之一，本文介紹 LPILE 程式在此方面之分析應用。對 LPILE 程式之理論基礎有概略性的說明。文內分析數個例子，包括砂／黏土層中單樁承受水平載重、沖刷深度及樁頂邊界條件對樁基水平承載之影響。分析結果顯示若是有沖刷情形出現，則樁基水平承載能力顯著下降；若是樁頂有樁帽限制其旋轉，則水平承載是樁頂能允許旋轉情況時兩倍。

## 一、前言

大部份的垂直樁基除了須承受上部結構傳下的垂直荷重外，還須要能承受各種不同來源的水平荷重，譬如地震力、風力、土壓力（橋樑引道部份之樁基）、水流推力（橋墩之樁基）及巨浪衝擊力（海上鑽井油台之樁基）等等。

垂直樁承受水平載重的分析屬於土壤與結構互制的問題之一，亦即樁的水平位移受制於其周圍土壤反應 (Soil Response)，反之土壤反應與樁的水平位移量有關。

本文擬介紹電腦程式 LPILE (Ensoft, Inc., 1989) 應用在垂直樁承受水平載重之分析。LPILE 程式系由 Ensoft 公司針對程式

COM624 (Reese and Sullivan, 1980) 稍加修改後安置在個人電腦上執行分析應用。基本上這兩個程式大同小異，COM624 原是被發展安置在主機 (Main-Frame) 上執行分析，因為在 1980 年時個人電腦並不普遍。由於電腦製造技術進展快速，LPILE 程式能幫助工程師在很短的時間內分析垂直樁基承受水平載重之問題。

## 二、LPILE 程式之理論基礎

Winkler 於 1867 年提出 Beam-on-Elastic-Foundation 之理論可以用來模擬垂直樁承受水平力的情形，如圖一所示。Winkler 假設樁周圍土壤可以劃分成數個次層，每一個次層用彈簧模數  $K_n$  代表，而且各次層彼此之間行為各自獨立互不影響，此假設不符合土壤之真實行為，因為真實土壤受到其他點之行為所影響，反之亦然。然而因為這個方法簡單，以致工程界仍然普遍使用。

Hytenyi 於 1946 年將 Winkler 之 Beam-on-Elastic-Foundation 理論推導得到一四階微分方程，如式 (1)。

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + P_x \frac{d^2 y}{dx^2} + E_s y + W = 0 \dots\dots\dots (1)$$

其中 EI：樁之撓曲勁度，

\*亞新工程顧問公司正工程師

\*\*亞新工程顧問公司大地一部經理

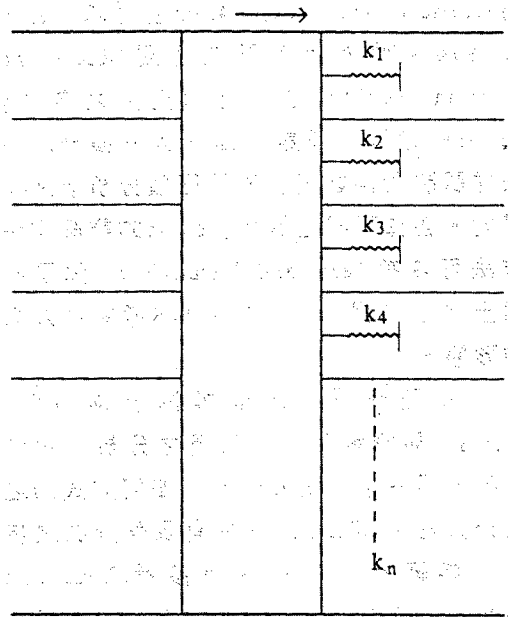
- $y$  : 樁身水平位移,
- $x$  : 深度,
- $P_x$  : 樁頂垂直載重,
- $E_s$  : 土壤模數(Secant Modulus),
- $W$  : 分佈在樁身之均佈載重,

Winkler假設式(1)中之土壤模數 $E_s$ 值在同一次層內為常數,然而土壤的模數值並非常數,係隨著水平位移量不同而有所變化。為了考慮土壤的非線性行為,美國德州大學Austin分校土木系Dr.Reese等人長久以來倡導用P-y curve方法來描述土壤模數,此P-y curve之概念可用圖二說明。

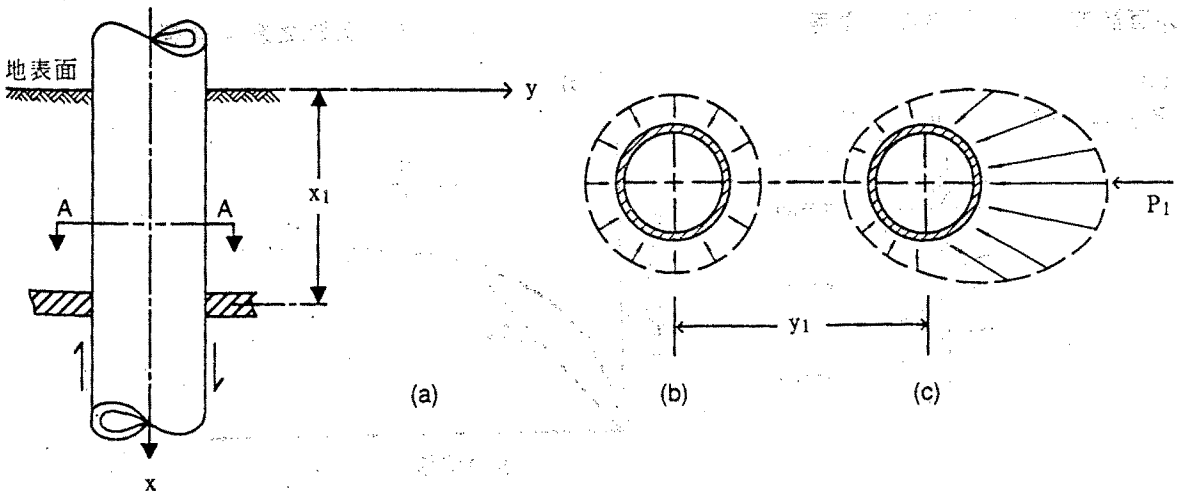
圖二(a)代表樁基垂直剖面圖,取其距地表面下 $x_1$ 處一單位長度來分析。圖二(b)表示樁尚未受到水平載重時,周圍土壤之應力分佈情形,積分後此時合力為零。若樁身有一水平位移 $y_1$ ,則應力分佈情形如圖二(c)所示,積分後可得一合力 $P_1$ (力/單位長度)。  $P_1$ 就定義為水平位移 $y_1$ 時的土壤反力。在某一次層若不同水平位移量( $y$ ),其所相對應之土壤反力值( $P$ )均可知,則可得一曲線,稱之為該次層土壤之P-y curve。假設每一次層之P-y curve均可知

,則可得一族P-y curves,如圖三(a)所示。這一族P-y curves可提供解式(一)所須的 $E_s$ 值,因為式(1)中土壤模數 $E_s$ 值即是P-y curve之反力模數,如圖三(b)所示。

因為P-y curves是解式(1)所需要的,要是能推測出某種土層之P-y curve,則問題便解決一半。一般而言,某一種土層其P-



圖一 Winkler Beam-on-Elastic Foundation 模型



圖二 P與y之定義 (摘自Reese, 1980)

y curves受到三個主要因素所影響，即土壤性質、樁的幾何形狀與外力的形態（靜力或動力）。在LPILE程式裡有一子程式可以推測出幾種不同土層之P-y curves。這些土層包括 1. 軟弱黏土層 (Matlock, 1970)，2. 地下水位上之堅硬土層 (Reese and Welch, 1975)，3. 地下水位下之堅硬土層 (Reese et al., 1975)，4. 砂土層 (Reese, et al., 1974)。此外尚有石灰岩層 (Reese and Nymam, 1978)。推測上列土/岩層 P-y curves的準則，都是 Reese 等人根據樁水平載重試驗所得之資料經過回饋分析後所建議的。各種不同土層 P-y curve的詳細推估方法可參考 Reese and Desai, 1977。除了不同土/岩層因素外，LPILE亦考慮到外力的形態。

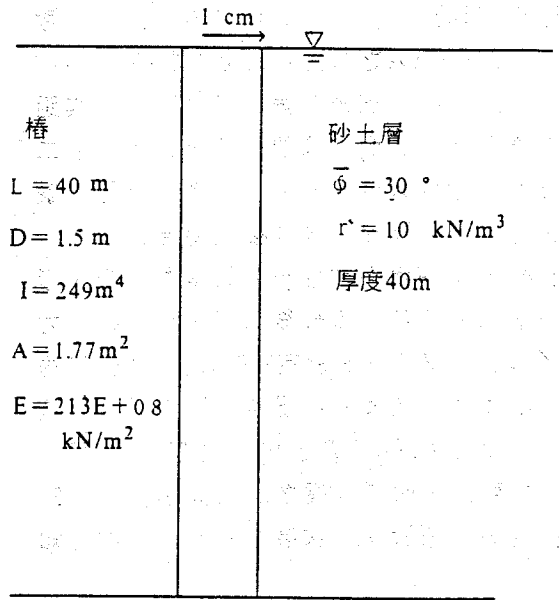
前面曾提及若能推測土壤的 P-y curves，則樁承受水平載重之分析便解決一半，另一半則屬於數學上如何解式(1)之微分方程。LPILE是利用有限差分法之技巧，詳細的求解步驟請參考 Reese and Sullivan, 1980，或 Reese and Desai, 1977。

對於 P-y curve 在樁基承受水平力方面的應用，王訓濤與周南山，（民國 77 年）亦有詳文介紹，可供讀者參考。

### 三、LPILE 程式之應用

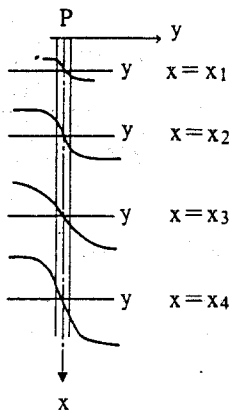
#### 3.1 砂土層中單樁承受水平載重

圖四表示一混凝土單樁安置在砂土層中，其中樁長 40m，樁直徑 1.5m，EI 為其撓曲勁度，A 為其斷面積。而砂土的參數則假設有有效單位重  $10 \text{ kN/m}^3$ ，有效磨擦角  $\phi = 30^\circ$ ，地下水位在地表面。

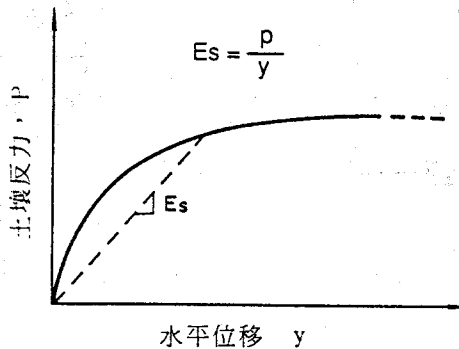


圖四 分析例題之幾何模型

(a) P-y curves族



(b)



圖三 P-y curves族及土壤模數

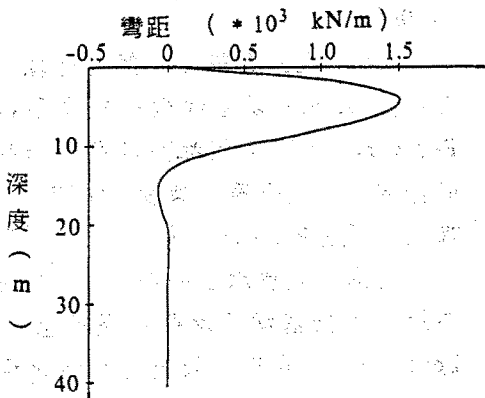
一般而言，垂直樁受水平載重的控制因素為樁頂之水平位移必須限制在某一值內，因此本例題分析至樁頂的水平位移有 1 公分時，樁身及周圍土壤的應力行爲。樁頂的邊界條件為自由端，亦即樁頂承受水平位移時能自由旋轉。

經過 LPILE 程式分析後，圖五表示此單樁之彎距分佈圖，從圖五中可見最大彎距在地表下 3 至 6m 間，亦即地表下 2 倍至 4 倍樁徑之間，而在 8 倍樁徑以下彎距值便小到微不足道，圖六表示不同深度時砂土之 P-y curves，由此可很明顯看出土壤之非線性行爲。

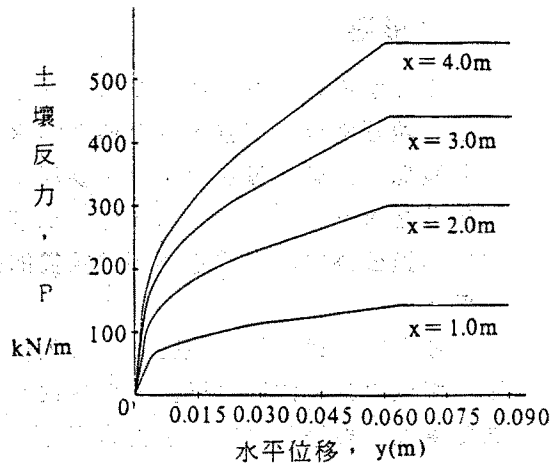
### 3.2 黏土層中單樁承受水平載重

此例基本上與上例相同，只是將基樁周圍土壤改為堅實黏土。此堅實黏土參數值包括不排水前力強度  $C=100 \text{ kN/M}^2$  及  $\epsilon_{50} = 0.005$  ( $\epsilon_{50}$  為三軸 UU 試驗中土壤剪應力達到不排水剪力強度之半時之軸向應變)。

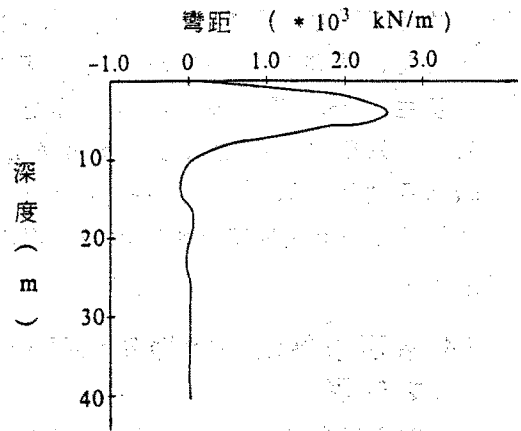
圖七表示黏土層中單樁彎距分佈圖。與圖五比較可見兩種樁身彎距分佈有相同之形態 (Pattern)。圖八表示不同深度時堅實黏土之 P-y curves，此圖除了明顯表示出堅實黏土之非線性行爲外，請注意在地表下 6m 與 8m 處之 P-y curve 是相同的。



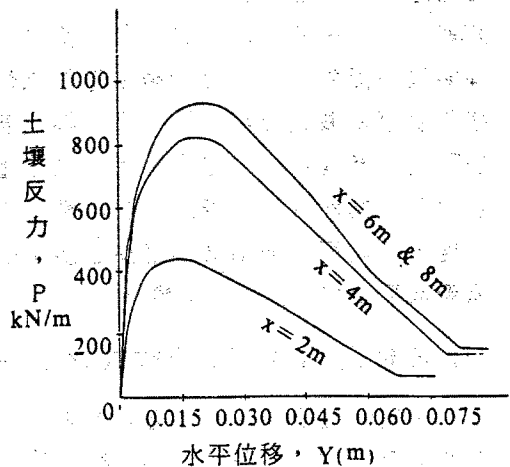
圖五 砂土層中單樁彎距分佈圖



圖六 砂土層之 P-y Curves



圖七 黏土層中單樁彎距分佈圖



圖八 黏土層之 P-y Curves

### 3.3 沖刷深度對橋樑樁基水平承載之影響

由於水流之作用，河道橋墩下部樁基周圍土壤經常會被淘空，導至樁基礎水平承載減低。尤有甚者台灣西部主要河川盜採砂石之情形十分嚴重，以致沖刷加速，中山高速公路中沙大橋基樁頂部裸露即是一例。

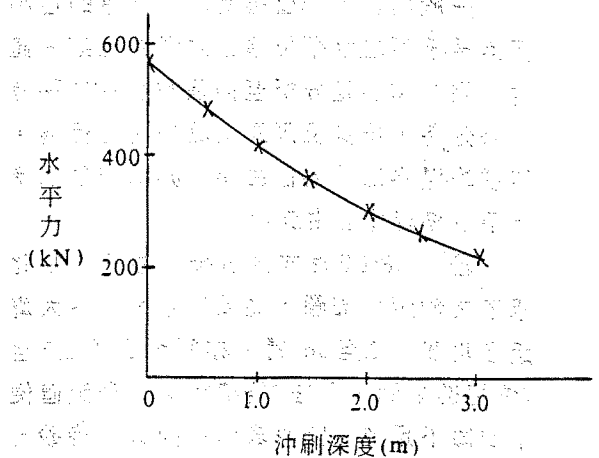
茲對前述第一例（即圖五）輸入參數稍作修改以說明沖刷對樁基水平承載折減之嚴重性。維持第一例中樁基的條件，調整砂土層的厚度，從40m起每次減少0.5m至37m止，總共分析7次，記錄不同沖刷深度時樁頂之水平力，如圖九所示。樁頂若沒有沖刷時須要562 kN之力才可在樁頂產生1 cm水平位移；設若有3m之沖刷深度，只須221 kN之力便可使樁頂產生1 cm水平位移，承載折減率高達61%，由此例可見沖刷深度對基樁水平承載有顯著之影響。

### 3.4 樁頂邊界條件對樁基水平承載之影響

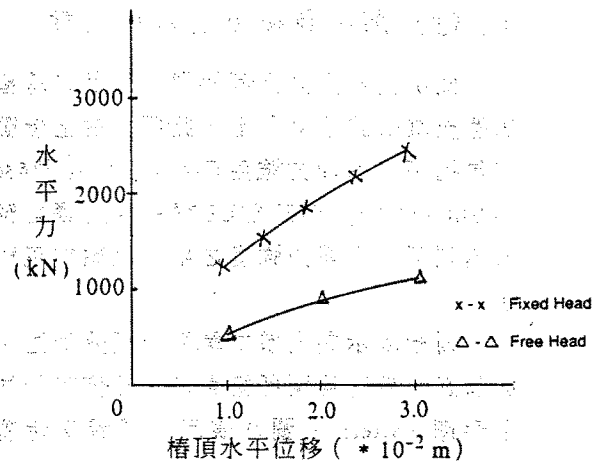
前面所舉例子，其樁頂均假設受力後可自由旋轉。一般實際的情形是樁頂均有樁帽連結用以抵抗旋轉，增強水平承載。茲對前述第一例的輸入參數稍作修改，限制樁頂不能轉動，以分析樁頂邊界條件對樁基水平承載之影響。圖十顯示樁頂若是被限制不能轉動，則在同一水平位移量之條件下，其水平力比樁頂能自由轉動時大一倍，由此可見樁帽限制樁頂之旋轉對樁承受水平抵抗有很大的影響。

### 3.5 其他應用及LPILE程式之限制

一般情況下，地表下之地質常有不同土層交互存在的情形，LPILE程式能分析



圖九 沖刷深度對樁頂水平力之影響



圖十 樁頂邊界條件對其水平力之影響

此類問題，其最大能量允許地表下土層分為10層。

LPILE程式允許工程師自行輸入土層之P-y curves，以替代程式本身所推測之P-y curves。若工程師對其所分析問題之樁身周圍土壤行為有深度了解時，可自行輸入土層之P-y curves。

樁頂的載重除了靜態外，LPILE程式亦能分析樁基承受水平反覆載重(Cyclic Loading)。若樁身周圍土壤有液化潛能存在時，可輸入反覆載重分析之。

## 四、結論

垂直樁承受水平載重的分析屬於結構與土壤互制的問題之一。本文概略說明 LPILE 程式的理論基礎及其在樁基受水平承載之應用。包括砂土層中單樁承受水平載重、黏土層中單樁承受水平載重、沖刷深度對橋樑樁基水平承載之影響及樁頂邊界條件對樁基水平承載之影響。分析結果顯示：

1. 若樁頂允許自由旋轉，則最大的彎距值出現在距地表 2 至 4 倍樁徑之間，而在距地表 8 倍樁徑以下彎距值便很小。
2. 土壤之非線性行為能很明顯地在 P-y curves 圖中反應出。
3. 沖刷深度對樁基承受水平載重影響很大，若有 3m 之沖刷深度時，樁基水平承載折減率高達 61%。
4. 樁基之水平承載受其頂部之邊界條件所影響，若頂部有樁帽以限制其旋轉，則水平承載是樁頂能允許旋轉情況時的兩倍。

## 誌謝

本文部份資料蒙 LPILE 程式版權所有者 ENSOFT, Inc. 允許，引自程式使用手冊；亞新工程顧問股份有限公司提供 LPILE 程式以利分析。作者謹此表示謝意。

## 參考文獻

- 王訓濤，周南山（民國 77 年），“承受側向力之基樁與土壤之互制作用”，地工技術雜誌第 24 期，pp.34-48.
- HETENYI, M., (1946), *Beams on Elastic Foundation*, The University of Michigan Press, Ann Arbor, 1946.
- MATLOCK, H., (1970), "Correlations for Design of Laterally Loaded Piles in Soft Clay," *Paper No. OTC 1204, Proceedings, Second Annual Offshore Technology Conference, Houston, Texas, Vol. 1, pp. 577-594.*
- REESE, L. C. and WELCH R. C., (1975), "Lateral Loading of Deep Foundations in Stiff Clay," *Journal of the Geotechnical Engineering Division, American Society of Civil Engineers, Vol. 101, No. GT7, Proceedings Paper 11456, pp. 633-649 (GESA Report No. D-74-10).*
- REESE, L. C., COX, W. R., and KOOP, F. D. "Analysis of Laterally Loaded Piles in Sand," *Paper No. OTC 2080, Proceedings, Fifth Annual Offshore Technology Conference, Houston, Texas, 1974 (GESA Report No. D-75-9).*
- REESE, L. C. and NYMAN K. J., (1978), "Field Load Tests of Instrumentsd Drilled Shafts at Islamorada, Florida, " *a report to Girdler Foundation and Exploration Corporation, Clearwater, Florida, February.*
- REESE, L. C. and SULLIVAN W. R., (1980), "Documentation of Computer Program COM624, " *The University of Texas at pp.297-325.*
- REESE, L. C. and WANG S. T., (1989), "Documentation of Computer Program LPILE. " *Ensoft, Inc. Austin Texas.*
- REESE, L. C. and DESAI, (1977), "Numerical Methods in Geotechnical Engineering" . Mc. Graw-Hill, Inc. pp.297-325.