

動，靜預剪應力  
對砂土動態參數之影響  
**THE EFFECT OF SHEAR MODULUS AND  
DAMPING RATIO UNDER THE CONDITION OF  
INITIAL SHEAR STRESS AND DYNAMIC  
PRESHEAR STRESS**

金永斌，常正之，王建元  
Y. B. King, C. C. Charng and C. Y. Wang

原著載於中華民國第十四屆全國力學會議論文集，  
1990年12月

*Reprinted from  
Proceedings of 14th National Conference of  
Theoretical and Applied Mechanics  
December 1990*

# The Effect of Shear Modulus and Damping Ratio Under the Condition of Initial Shear Stress and Dynamic Preshear Stress

## ABSTRACT

The purpose of this study is to understand that the effect of shear modulus and damping ratio under the condition of initial shear stress and dynamic preshear stress. The test results showed that the previous dynamic pre-shearing stress made significant effects on the dynamic characteristics of the sand, it would decrease the shear modulus due to the lower initial shear stress, and increase it for the average effective normal stress. Based on the consolidated stress ratio  $K_c$  both for the effects of the initial shear stress and the average effective normal stress also made more significant than the effect of decreasing initial shear stress. As for the effect of dynamic preshearing, the shear modulus led to a maximum value and then drop down accompanying with the previous excess porewater ratio  $(\Delta u)_p / \sigma'_{3c}$ . The damping ratio were not effected by the initial shear stress, but it led to decrease its uncertainty value due to increasing the previous excess pore-water ratio.

# 動，靜預剪應力對砂土動態 參數之影響

金永斌 常正之 王建元

台南 國立成功大學 土木工程研究所

## 摘要

本文對非均向壓密飽和里港砂土，首先施加以反覆荷重作為動態預剪力的作用，藉以了解初始剪應力及動態預剪應力，對其剪力模數及阻尼比的影響。

試驗結果顯示，就剪力模數而言，初始剪應力具有降低的效應，且在低剪應變振幅下較為明顯。而平均有效應力則有增加的效應。若以壓密應力比  $K_c$  作為初始剪應力及平均有效應力同時增加的雙重效應，則平均有效應力的增加效應，遠大於初始剪應力的減少效應。至於動態預剪應力的效應，則隨著先前超額孔隙水壓比  $(\Delta u)_p = \sigma_{zc}$  的增加而增加至一最高值，然後逐漸降低。

若就阻尼比而言，初始剪應力的施加則幾乎沒有影響，而動態預剪應力則有降低的趨勢，但隨著不同的先前超額孔隙水壓比的增加，其降幅不一，沒有固定的關係。

本文嘗試利用試驗結果，建立預測模式，以對砂土的剪力模數及阻尼比進行定量化分析，並依此估計結構物附近砂層受地震力作用後，其動力特性隨深度變化的情形，為現場實際應用提供一可行的預測方法。

## 前言

為了評估地震來臨時，土層的反應行為及土壤與結構物之互制作用，以及機械基礎振動之行為，對於土壤的動力特性，如動態

剪力模數及阻尼比，必需加以探究，作為大地工程基礎設計之依據。

本文的研究著重於初步探討飽和砂土承受靜態預剪應力及動態預剪應力作用後，其剪力模數及阻尼比的變化情形，並探究其變因。就不同程度的動態預剪應力對飽和砂土動力特性之影響。

## 試驗土樣、設備和程序

### 一. 試驗土樣和設備

本文採用高屏溪里附近的里港砂，其主要成分為片狀之板岩屑及少許石英，顆粒介於次角狀與次圓狀之間。其比重為 2.72，試驗砂樣控制其平均有效粒徑  $D_{50} = 0.42 \text{ mm}$ ，均勻係數  $C_u = 2.0$ ，曲率係數  $C_d = 1.20$ 。其最大乾密度  $\gamma_d \text{ max} = 1.608 \text{ g/cm}$  和最小乾密度  $\gamma_d \text{ min} = 1.288 \text{ g/cm}$ ，控制試驗後相對密度  $D_r = 45\%$ ；和孔隙比  $e_i = 0.915$ 。

試體尺寸為 75mm 直徑，150mm 高，製作採用溼潤搗固法 (Moist tamping)，分五層逐層搗實於三軸室底座上，試體製作完成後，並進行試體飽和，若其孔隙水壓參數  $B$  值大於 0.95，則該試體可視為飽和，即可進行各項試驗。

本文試驗所用之主要設備為 Chan & Mulilis 所設計之自動三軸試驗儀由電腦控制載重系統，進行各項試驗。

## 二. 試驗程序

進行不排水和排水三軸壓縮試驗時，控制室壓為 120, 133, 和 160 kPa, 所有量測系統由電感器輸入 PC 電腦中，由已撰寫妥的程式加以運算，且撰寫預測程式加以運算及繪製曲線，加以比較。所進行之動力不排水三軸試驗分為原始試體及承受先前動態預剪力試體兩類。

### 試驗結果與分析

#### 一. 靜力不排水三軸試驗

為了求得試驗用砂土之不排水剪力強度參數  $\phi'$ ，作為預測動力特性模式的依據，本文控制試體在不同的圍壓下進行靜力不排水三軸試驗。圖 1 為其有效應力路徑圖，其所求得的抗剪角  $\phi'$  約為  $36.3^\circ$ 。

#### 二. 動力不排水三軸試驗

由圖 2 中，取剪應變振幅  $\gamma_a = 10\%$  時，及振動次數  $N=10$  時，可知剪力模數隨著壓密應力比  $K_c$  的增加而增大，並且振動次數  $N$  增加時，剪力模數則隨著減小。由於  $K_c$  的改變，土壤所承受的初始剪應力及平均有效應力亦同時改變，因此剪力模數在初始剪應力及平均有效應力同時增加的雙重效應下，呈現增加的趨勢。這也說明在現場結構物附近下之土壤，若整個土層固定相同孔隙比，則在相同剪應變振幅下，其剪力模數隨著深度的增加而增加，亦即愈深層的土壤其抗震強度愈高。

由圖 3 可看出原始試體純粹由平均有效應力引起的效應，即剪力模數隨著有效應力的增加而增加，尤其在較小之剪應變振幅下更為明顯。由此，可說明前述的為何剪力模數隨著  $K_c$  值的增加而增加的現象，在較大的剪應變振幅下不甚明顯。因此在初始剪應力及平均有效應力的雙重效應下，平均有效應力對剪力模數的增加具有增加的效應，遠大於初始剪應力對剪力模數的減少效應。所以在這雙重效應下，剪力模數呈增加的趨勢。

圖 4 (a) 為原始試體在均向壓密後，承受反覆剪應力的作用，其阻尼比與剪應變振幅及振動次數的關係。由圖中可看出阻尼比隨著剪應變振幅的增加而增加，隨著振動次數

的增加而減少。將原始試體受不同之壓密應力比  $K_c$  的壓密作用後，所進行的動力不排水三軸試驗結果，取振動次數  $N=10$  繪成圖 4 (b)，並可看出阻尼比在初始剪應力及平均有效應力的雙重效應下呈現減少的趨勢。

承受預剪力之試體在初始剪應力的單一效應下剪力模數與初始剪應力之關係由圖 5 表示。由圖中可看出初始剪應力對受預剪力試體之剪力模數的影響似乎沒有單一的關係，而呈現不穩定狀況。

#### 三. 先前超額孔隙水壓的影響

圖 6 為非均向壓密 ( $K_c=1.33$ ) 試體在承受先前超額孔隙水壓後，其剪力模數與剪應變振幅的關係，由此可看出剪力模數隨著先前超額孔隙水壓比  $(\Delta u)_p = \sigma'_v$  的增加而漸增至一最大值 0.217 處，然後逐漸緩慢降低。而此效應似乎在低剪應變振幅下更明顯，在高剪應變振幅 ( $\gamma_a \geq 0.25\%$ ) 下，則幾乎沒有改變。這種現象可解釋為試體在先前的預剪應力作用下，產生某種程度的顆粒結構改變。這改變的程度隨著先前所激發的超額孔隙水壓之大小而有所不同，在些微的先前超額孔隙水壓下，試體產生微小的剪應變使原本顆粒結構間可能存在的小部份區域顆粒接觸點之不穩定性消失，使剪力模數隨之增大。

圖 7 為受預剪力試體阻尼比與剪應變振幅之關係由圖可知阻尼比隨著壓密應力比  $K_c$  的增加而下降。不論原始試體或受預剪力試體，平均有效應力對阻尼比均有降低的效應，而初始剪應力對阻尼比的影響則不明顯。並可知阻尼比受先前超額孔隙水壓的影響而有降低的傾向，但降低的幅度大小不一。

#### 經驗公式與關係曲線的建立

由試驗結果中，可知砂土的動力特性中剪力模數及阻尼比隨著剪應變振幅的改變而有很大的變化，所以要評估土壤於受震時之動態剪力模數及阻尼比，必須先決定在模擬地震力之等量均勻反覆應力  $\tau$  作用下，產生的剪應變振幅  $\gamma_a$ 。

模擬地震之平均反覆剪應力  $\tau_{av}$  大小，對產生的剪應變振幅  $\gamma_a$  應有很大的影響。對飽和砂土而言，由於震動而激發的超額孔隙

水壓，將降低有效應力而影響產生的剪應變振幅大小。

基於此，本文採用 Uchida et al. [1] 提出的關係式如下：來預測剪應變振幅

$$\gamma_a = a \left( \frac{\tau_{av}}{p'} \right)^b \quad (1)$$

其中  $p'$  為殘留平均有效應力  $= (\sigma'_1 + 2\sigma'_2) / 3$   
 $= p'_c - u$

$p'_c$  為初始平均有效應力

$u$  為激發的超額孔隙水壓力

$\tau_{av}$  為反覆剪應力

$a, b$  為材料參數

由圖8和9，知隨著壓密應力比  $K_c$  的增加，試體受振時平均有效應力降低的幅度較小。

將式(1)兩邊取對數：

$$\log \gamma_a = \log a + b \log \frac{\tau_{av}}{p'} \quad (2)$$

將  $\tau_{av} = \sigma_{dc} / 2$  代入式(2)

$$\log \gamma_a = \log a + b \log \frac{\sigma_{dc}}{2p'} \quad (2)$$

所以圖8中，直線的斜率即為參數  $b$ 。而在  $\sigma_{dc} / 2p' = 1$  時的剪應變振幅  $\gamma_a$  即為參數  $a$ ，由圖8和9中，可看出參數  $a, b$  幾乎不受振動次數及壓密應力比  $K_c$  的影響，其值大約為  $a = 0.51, b = 1.346$ 。

Silver 和 Seed [2] 曾提一經驗公式以預測剪力模數和剪應變振幅及有效圍壓的關係：

$$G = k(\gamma_a) \times p'^m(\gamma_a) \quad (3)$$

其中  $k(\gamma_a)$  = 當  $p' = 1 \text{ kg/cm}^2$  時之剪力模數

$m(\gamma_a) = G$  隨著  $p'$  大小變化之指數

而本文採用 Iwasaki et al. [3] 修正的關係式：

$$G/G_0 = k(\gamma_a) \times p'^{m'}(\gamma_a) \quad (4)$$

兩邊取對數：

$$\log (G/G_0) = \log k(\gamma_a) + m'(\gamma_a) \times \log p' \quad (5)$$

其中  $G$  為在極小的剪應變振幅 ( $\gamma_a < 10^{-6} \%$ ) 下之

剪力模數，利用 Hardin (1963) 所提出的公式來計算：

設定  $0.6 \leq e \leq 1.3$  時

$$G_0 = 326 \times \frac{(2.97 - e)^2}{1 + e} \times (P'_c)^{0.5} \quad (6)$$

$$m'(\gamma_a) = m(\gamma_a) - m(\gamma_a = 10^{-6})$$

$k(\gamma_a)$  = 當  $p' = 100 \text{ kPa}$  時之正規化剪力模數而圖10中  $m'(\gamma_a)$  即為圖中直線之斜率。由圖11和12可評估土壤於受振時之動態剪力模數。

本文利用 Uchida et al. [1] 所提的關係式，可求出阻尼比  $D$

$$D = \left( A + \frac{BG}{G_0} \right) \times \left( 1 - \frac{C}{G_0} \right) \quad (7)$$

由圖13和14可看出各直線之斜率 (即式(7)中之  $B$  參數) 大致相同，約為  $-0.23$  而其截距截距似乎與振動次數  $N$  有關。

## 動力特性分析之應用

### 一、估計方法

對於現地水平面已存在有初始剪應力的飽和砂土層，在受到地震力作用時，其剪力模數及阻尼比變化的情形。估計步驟如下：

(1) 將現地飽和砂層區分為若干個均質層次，並計算各層次中央的總覆土應力  $\sigma_v$ ，有效覆土應力  $\sigma'_v$ ，載重作用所引起的垂直應力增量  $\Delta \sigma'_v$ ，載重作用所引起的初始水平剪應力  $\tau_s$ ，以及壓密應力比  $K_c$  值。

(2) 由設計地震規模  $M$  及震度等，推估等量均勻振動次數  $N_{eq}$  及地表最大加速度  $a_{max}$ 。並由  $a_{max}$  計算作用於各層次的反覆平均剪應力  $\tau_{av}$ 。

(3) 推估各層次在反覆剪應力  $\tau_{av}$  作用  $N_{eq}$  次下，其超額孔隙水壓上升值  $u$  及其殘留平均有效應力  $p'$ ，並決定產生的剪應變振幅  $\gamma_a$ 。並依表1可由設計之地震規模  $M$ ，推估等量均勻之振動次數  $N_{eq}$ 。

(4) 由剪應變振幅及其殘留平均有效應力，代入試驗所得之關係圖，而求得剪力模數與阻尼比。

表1 地震規模H與振動次數 $N_{eq}$ 之關係 [5]

地震規模	$N_{eq} (\tau_{av})$
8-1/2	26
7-1/2	15
6-3/4	10
6	5-6
5-1/4	2-3

二. 參數之推求

(1) 模擬地震作用之反覆平均剪應力

由 Seed et al. [4][5]提出下式, 用以計算經由地震動力作用而引起的反覆平均剪應力。

$$\frac{\tau_{av}}{\sigma'_{vo}} = 0.65 \times \frac{a_{max}}{g} \times \frac{\sigma_{vo}}{\sigma'_{vo}} \times \gamma_d \quad (8)$$

其中  $a_{max}$  為地表最大加速度

$\sigma_{vo}$  為垂直總應力

$\sigma'_{vo}$  為垂直有效應力

$\gamma_d$  為折減係數, 可由圖13求得

(2) 振動作用所引起的超額孔隙水壓

對於三軸非均向壓密試體受反覆載重後所引起的孔隙水壓, 本文採用 Chang et al. [6]提出之模式加以預測:

$$\frac{u}{u_r} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \times \sin^{-1} \left[ \left( \frac{N}{N_{50}} \right)^{1/\alpha} - 1 \right] \quad (9)$$

上式中  $u$  為振動次數  $N$  後所產生的孔隙水壓

$u_r$  為反覆荷重中所產生孔隙水壓的最大值

$N_{50}$  為孔隙水壓上升至  $u$  之 50% 時之振動次數

$\alpha$  為與  $K_c$  有關的材料參數

式(9)中各項參數之求法:

(a)  $u_r$  值可從反覆振動中, 總應力路徑至破壞線的水平距離求得, 而依下式計算之。

$$u_r = \sigma'_{3c} \left[ \frac{1 + \sin \phi'}{2 \sin \phi'} - \frac{1 - \sin \phi'}{2 \sin \phi'} \times K_c \right] \quad (10)$$

(b)  $N_{50}$  可從試驗數據中獲得, 並可表成下列形式:

$$N_{50} = \left( \frac{R}{m} \right)^n \quad (11)$$

$R$  為液化抵抗參數,  $m$ 、 $n$  為材料參數

$$R = \frac{\tau_{cy}}{\sigma'_{nc}} = \frac{\sigma'_{dc}/2}{\sigma'_{3c}(1+K_c)/2} \quad (12)$$

對於不同  $D_r$  的液化抵抗參數, 可山下式轉換成參考相對密度之液化抵抗參數  $R_e$ :

$$R_e = R \times \frac{D_{re}}{D_r} \quad (13)$$

(c)  $\alpha$  與  $1/(1+K_c) \times (D_{re}/D_r)$  間有線性關係

$$\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 \times \frac{1}{1+K_c} \times \frac{D_{re}}{D_r} \quad (14)$$

$\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  為材料參數,  $D_{re}$  為參考相對密度 (Reference Relative Density)。式(11)及式(14)中之材料參數  $m$ 、 $n$ 、 $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  可用本文之部份試驗數據來求取。本文以里港砂相對密度 45% 作為參考相對密度, 首先以式(10)計算出在不同之壓密應力比下, 試體可能產生的最大超額孔隙水壓。結果如下表2所示

表2 不同的  $K_c$  值所對應之  $u_f$

$K_c$	1.00	1.33	1.67
$u_f$ (kpa)	120	100	92

再由原始試體之試驗結果中取超額孔隙水壓達到  $u_f$  之 50% 的振動次數  $N$  及相對應之液化抵抗參數  $R$  繪於對數座標圖上, 如圖15所示。而圖中直線的截距與斜率即為參數  $m=0.391$ 、 $n=-0.199$ 。再以孔隙水壓和振動次數的關係代入式(9), 計算而得一平均  $\alpha$  值, 並將  $\alpha$  與  $1/(1+K_c)$  繪成圖16, 而得參數  $\alpha_1=4.16$ 、 $\alpha_2=6.1$ 。最後綜合上述之式(9)至式(14), 即可求得在振動次數  $N$  下土壤所激發的超額孔隙水壓。

(3) 振動作用所引起的剪應變振幅

利用上述所求的超額孔隙水壓  $u$ , 可得土層於振動作用後之殘留平均有效應力  $p' = P_c' - u$ , 代入所建立的經驗公式(1), 即可推算出土層在反覆平均剪應力振動  $N_{eq}$  次下, 產生的剪應變振幅。

結論與建議

本文乃利用動力三軸儀器, 對飽和里港砂進行不排水反覆振動試驗, 藉此模擬地震力的作用, 探討頂剪應力對其剪力模數及阻尼比的影響, 並進而提出一預測模式對現地

結構物附近下飽和砂土層之動力特性進行定量化分析。頂剪應力包括靜態頂應力及動態頂剪應力，本文分別以不同的壓密應力比及先前超額孔隙水壓力來代表之，而前者包含有初始剪應力及平均有效應力的雙重效應。綜合試驗結果，其結論如下：

1. 初始剪應力所引起的非均向性結構，易導致砂土顆粒結構呈現較不穩定的狀態，而降低其剪力模數，此現象在較小的剪應變振幅及  $N=10$  振動次數內較為明顯。隨著頂應變振幅的增大，土壤結構逐漸趨於均向性，而使得此初始剪應力引起的效應逐漸消失。
2. 土壤的剪力模數隨著平均有效應力的增加而遞增，若於初始剪應力及平均有效應力同時增加的雙重效應下，其剪力模數則呈現增加的趨勢。亦即說明隨著壓密應力比  $K_c$  的增加，平均有效應力對剪力模數的增加效應，遠大於初始剪應力所引起的減少效應。

## ABSTRACT

The purpose of this study is to understand that the effect of shear modulus and damping ratio under the condition of initial shear stress and dynamic preshear stress. The test results showed that the previous dynamic pre-shearing stress made significant effects on the dynamic characteristics of the sand, it would decrease the shear modulus due to the lower initial shear stress, and increase it for the average effective normal stress. Based on the consolidated stress ratio  $K_c$ , both for the effects of the initial shear stress and the average effective normal stress also made more significant than the effect of decreasing initial shear stress. As for the effect of dynamic preshearing, the shear modulus led to a maximum value and then drop down accompanying with the previous excess porewater ratio  $(\Delta u)_p / \sigma'_{3c}$ . The damping ratio were not effected by the initial shear stress, but it led to decrease its uncertainty value due to increasing the previous excess pore-water ratio.

本論文承行政院國家科學委員會補助專題研究 NSC.79-0410-E006-25，得以順利完成，謹致以忱衷謝意。同時，感謝本研究所大地工程組洪振沖碩士研究生協助電腦文書處理，得以完成文備。

## 參考文獻

1. Uchida, K., Sawada, T., and Hasegawa, T. (1980), "Dynamic Properties of Sand Subjected to Initial Shear Stress", Int. Symposium on Soil under Cyclic and Transient Loading, pp.121-133.
2. Silver, H.L., and Seed, H.B. (1971), "Deformation characteristics of Sands under Cyclic Loading", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol.97, No.SM8, pp. 1081-1098.
3. Iwasaki, T., Tatsuoka, F., and Takagi, Y. (1978), "Shear Moduli of Sands under Cyclic Torsional Shear Loading", Soils and Foundations, Vol.18, No.1, pp.39-50.
4. Seed, H.B., Idriss, I.M. (1971), "Simplified Procedure for Evaluating Soil Liquefaction Potential", Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, Vol.97, No.SM9, pp. 1249-1273.
5. Seed, H.B., Idriss, I.M., and Arango I. (1983), "Evaluation of Liquefaction Potential Using Field Performance Data", Journal of the Geotechnical Engineering, ASCE, Vol.109, No.3, pp.458-482.
6. Chang, C.S., Kuo, C.L., and Selig, E.T. (1983), "Pore Pressure Development During Cyclic Loading", Journal of the Geotechnical Engineering Div., ASCE, Vol.109, No.1, pp.103-107.

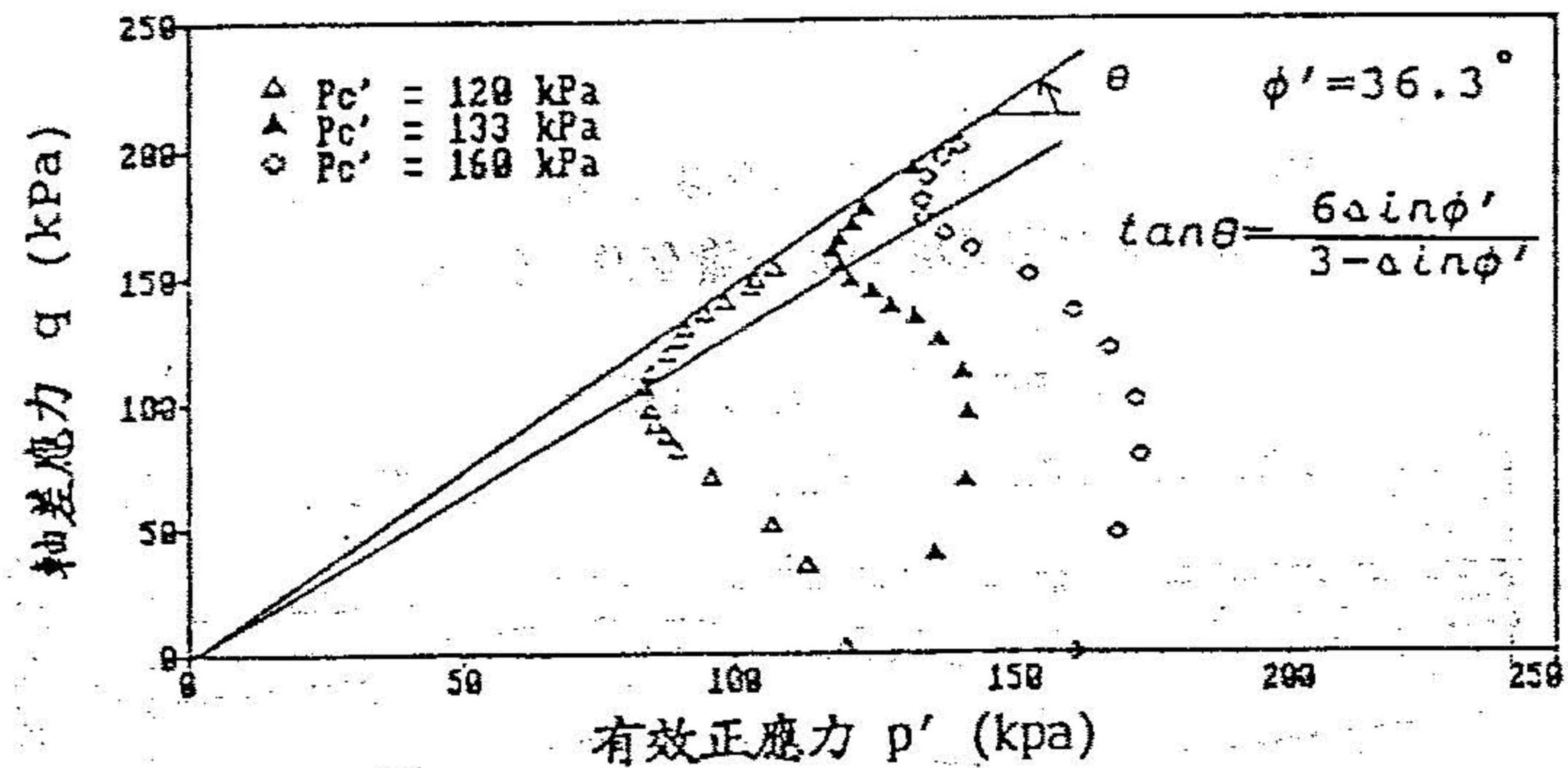


圖 1 靜力不排水三軸試驗之有效應力路徑

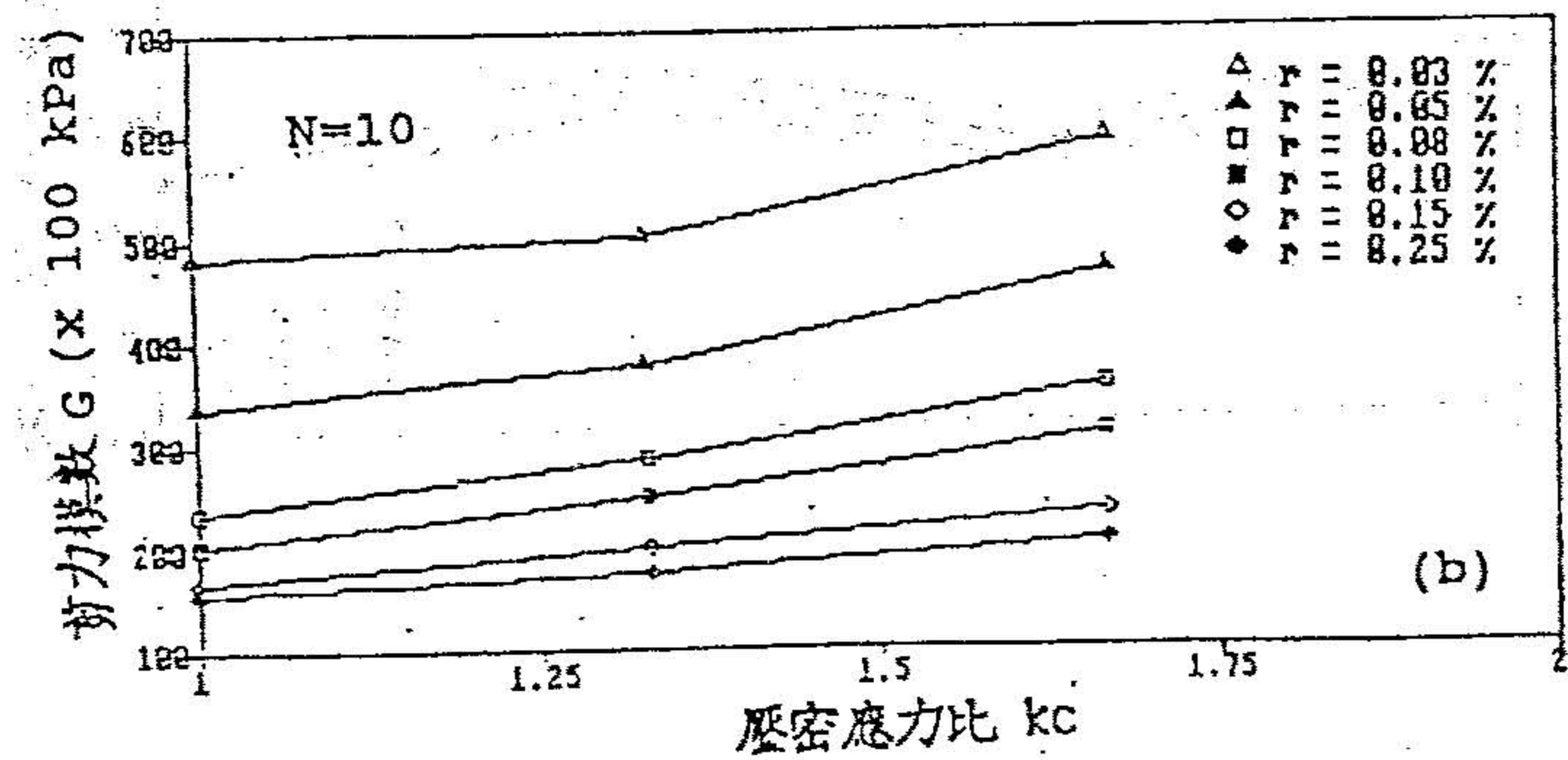
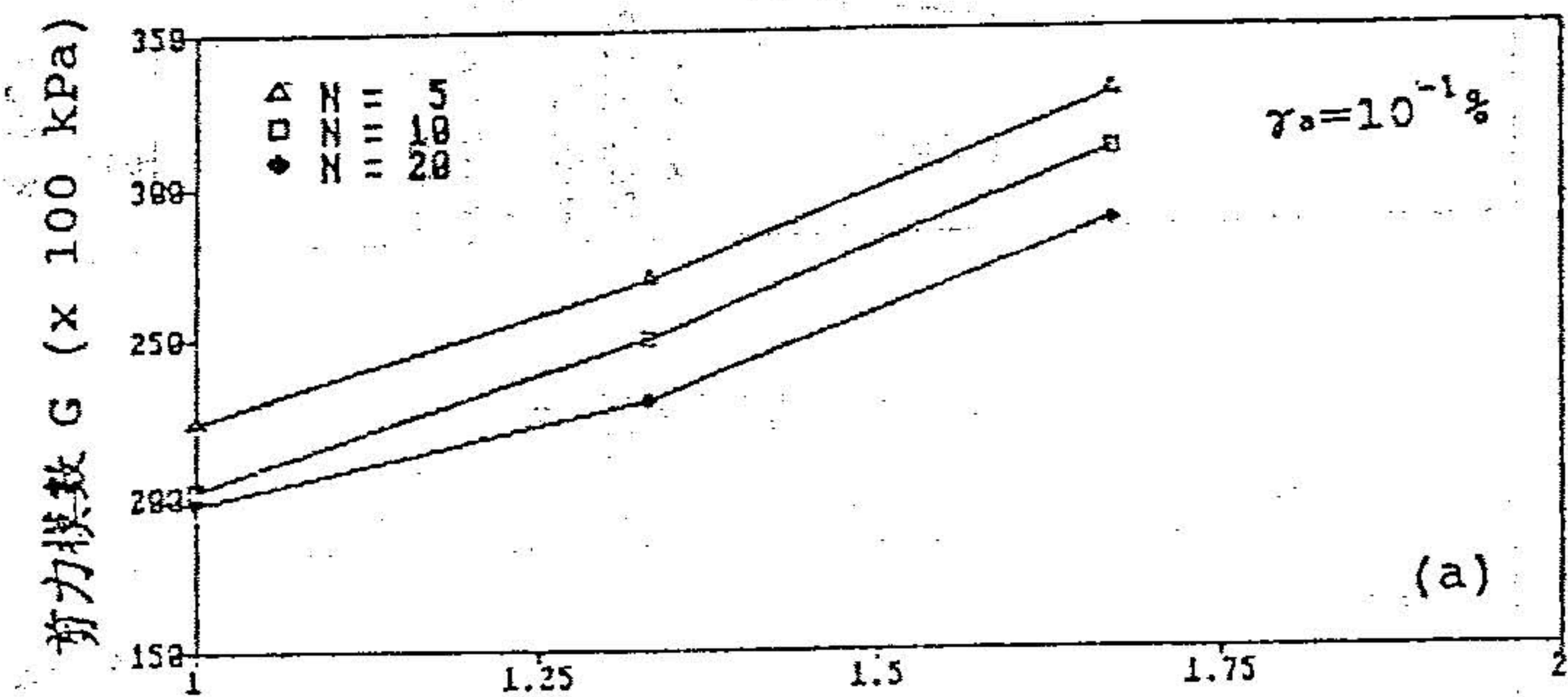


圖 2 原始試體, 剪力模數與壓密應力比 Kc 之關係

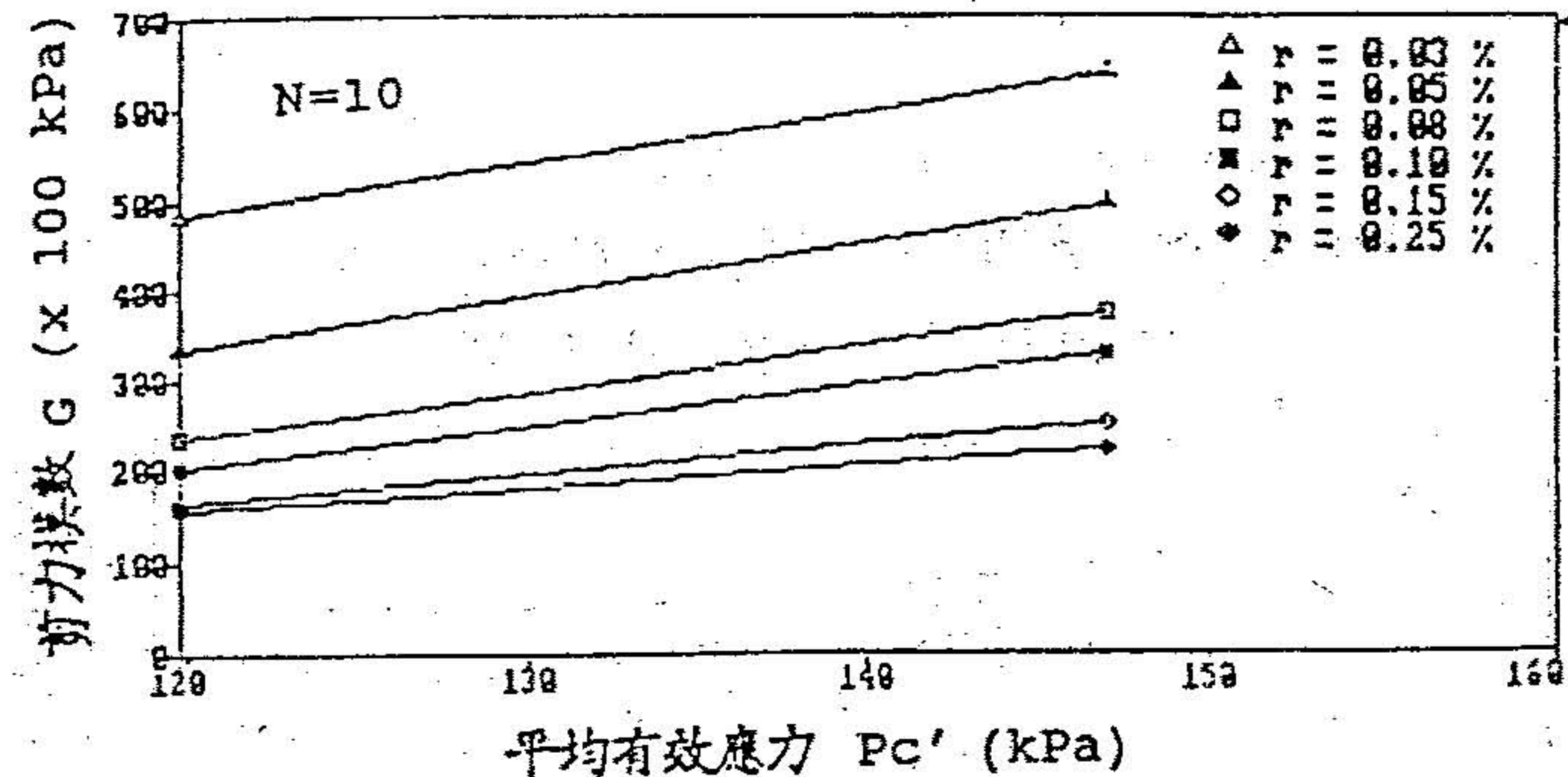


圖 3 原始試體, 剪力模數與平均有效應力之關係

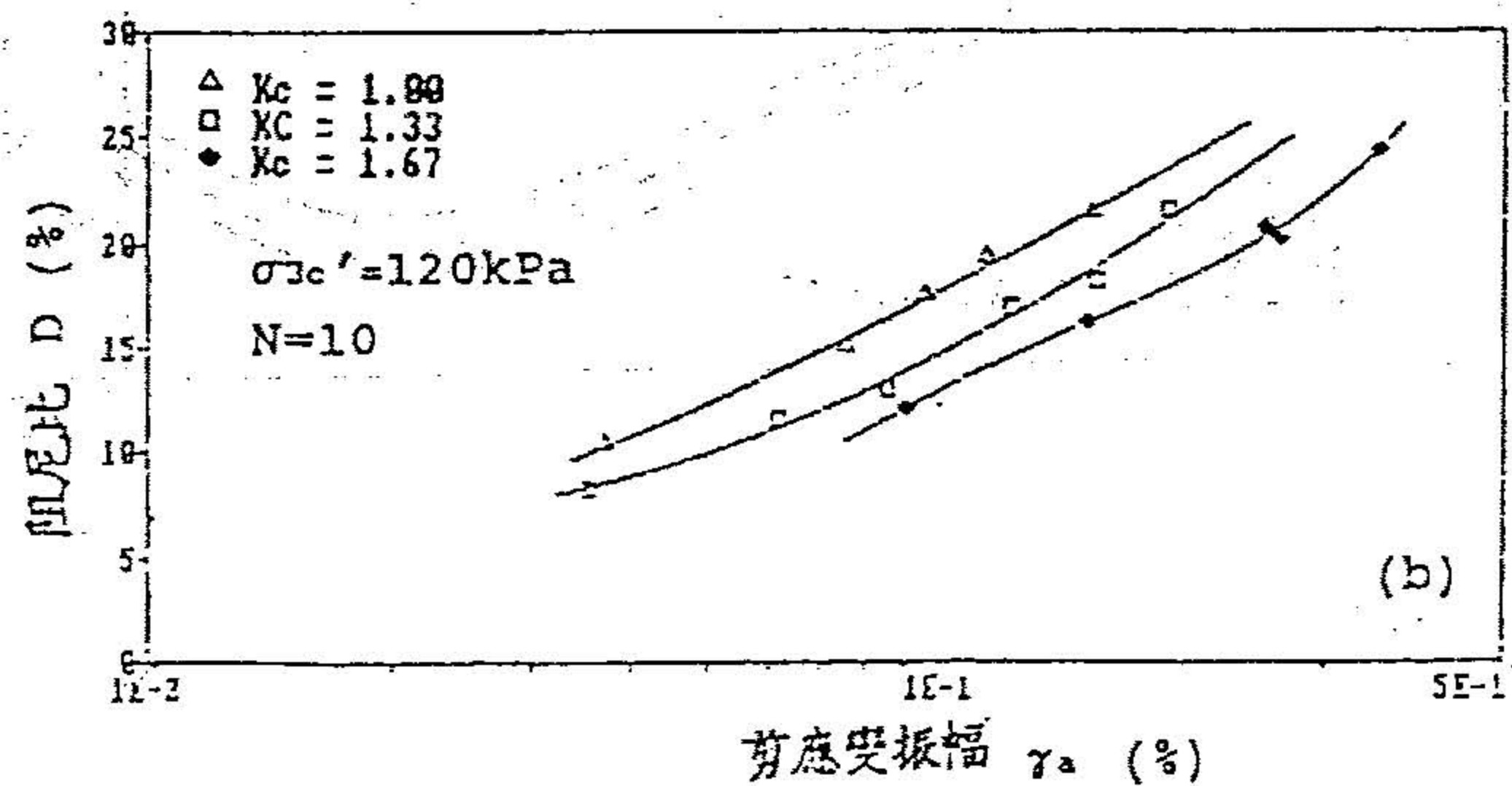
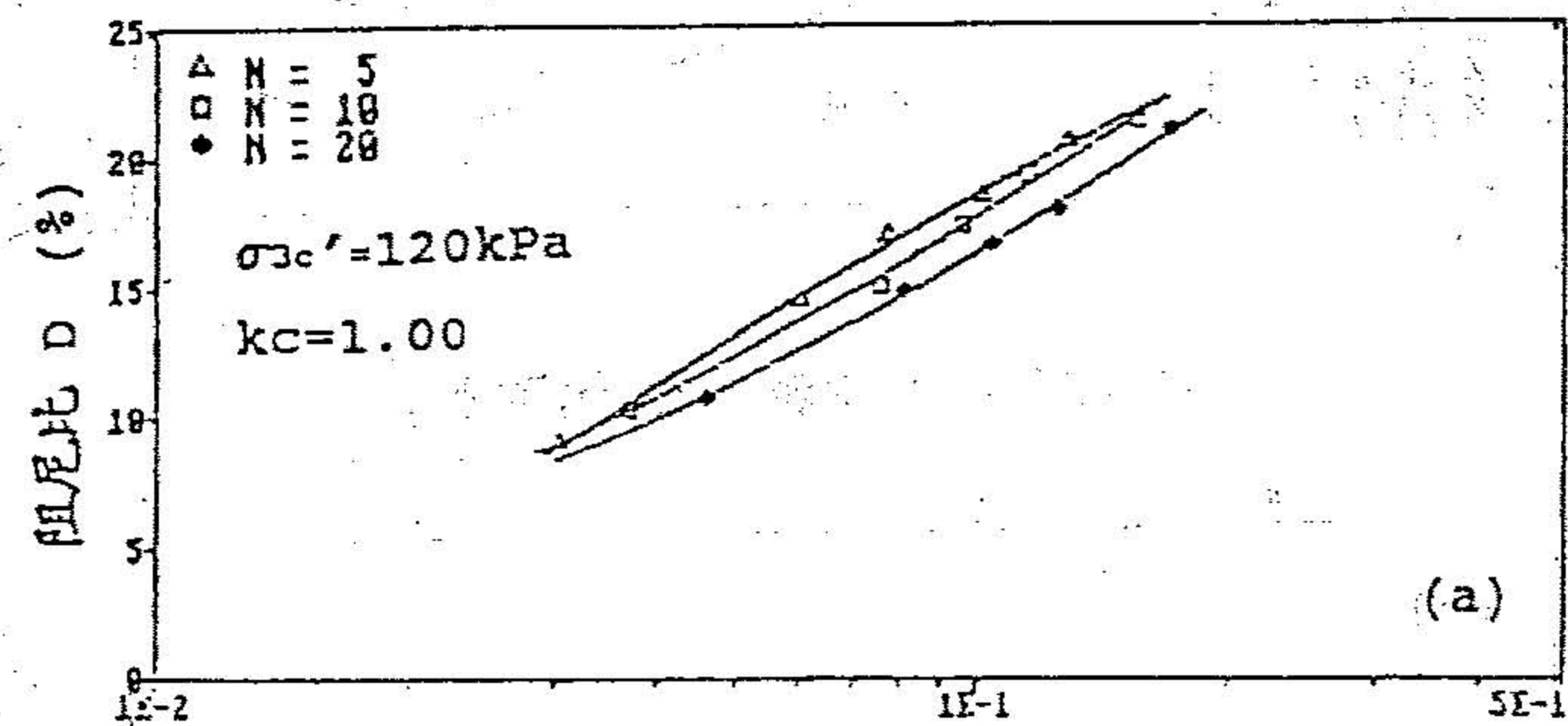
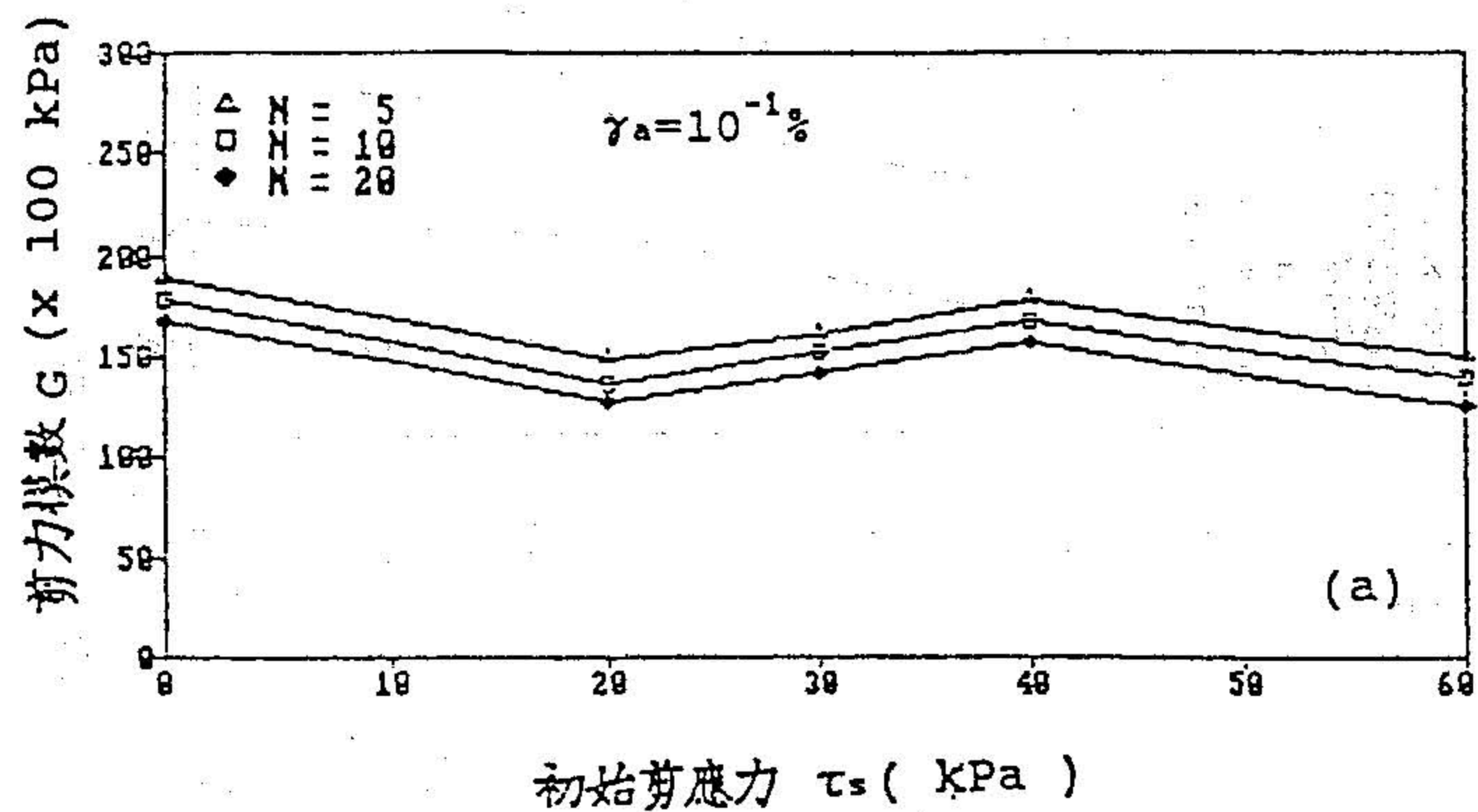
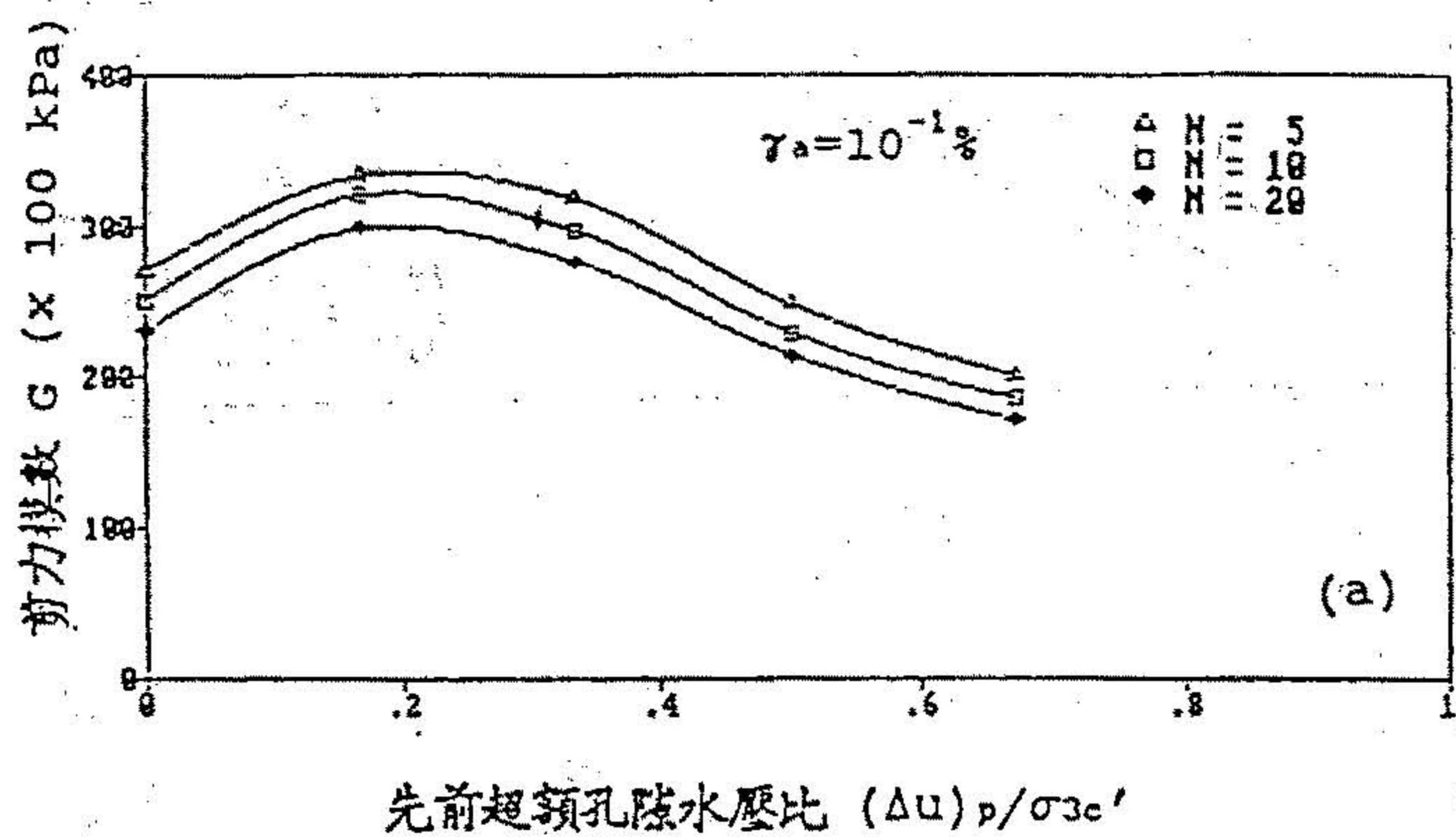


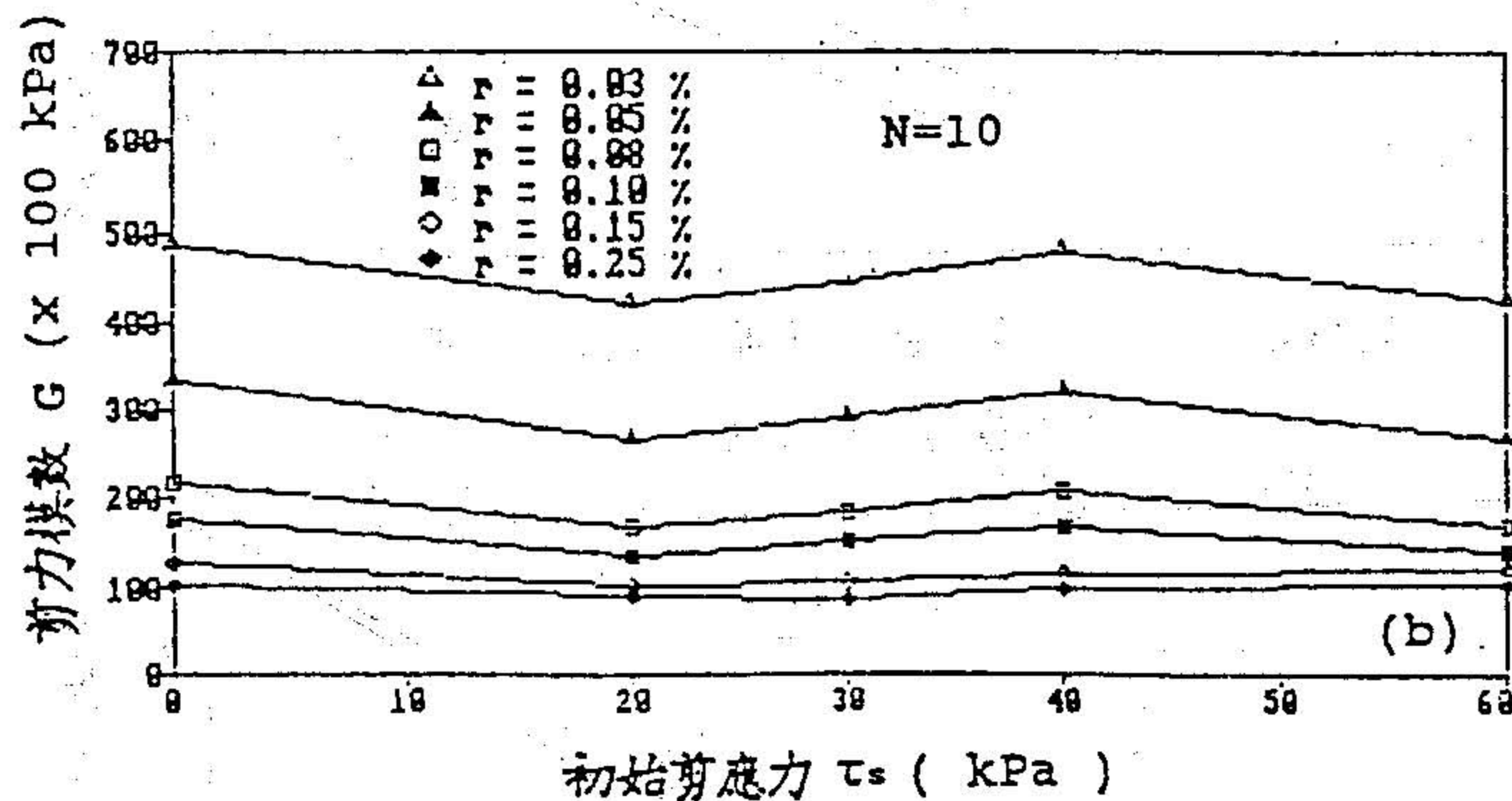
圖 4 原始試體, 阻尼比與剪應變振幅之關係



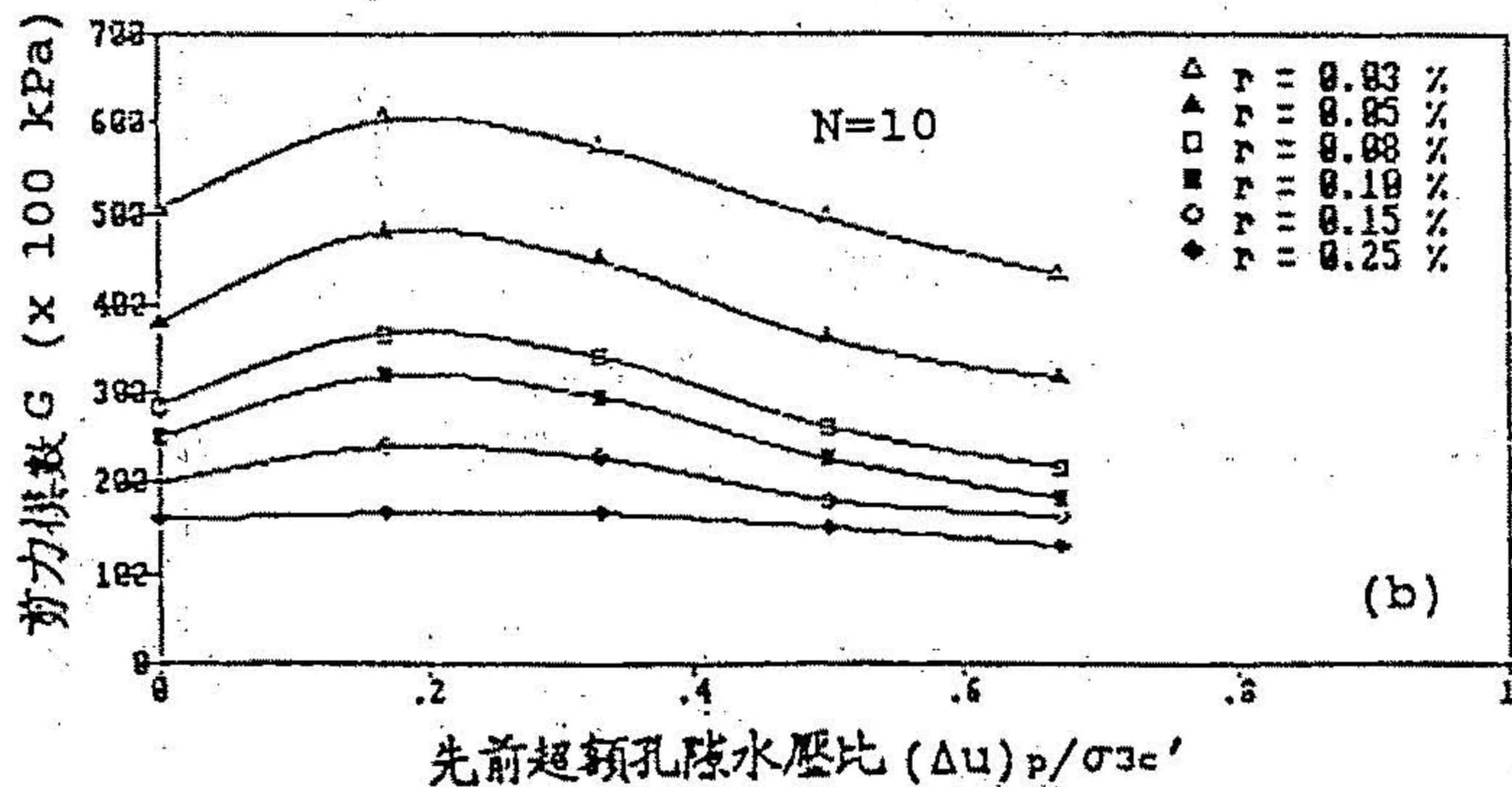
初始剪應力  $\tau_s$  ( kPa )



先前超額孔隙水壓比  $(\Delta u)_p / \sigma'_{zc}$



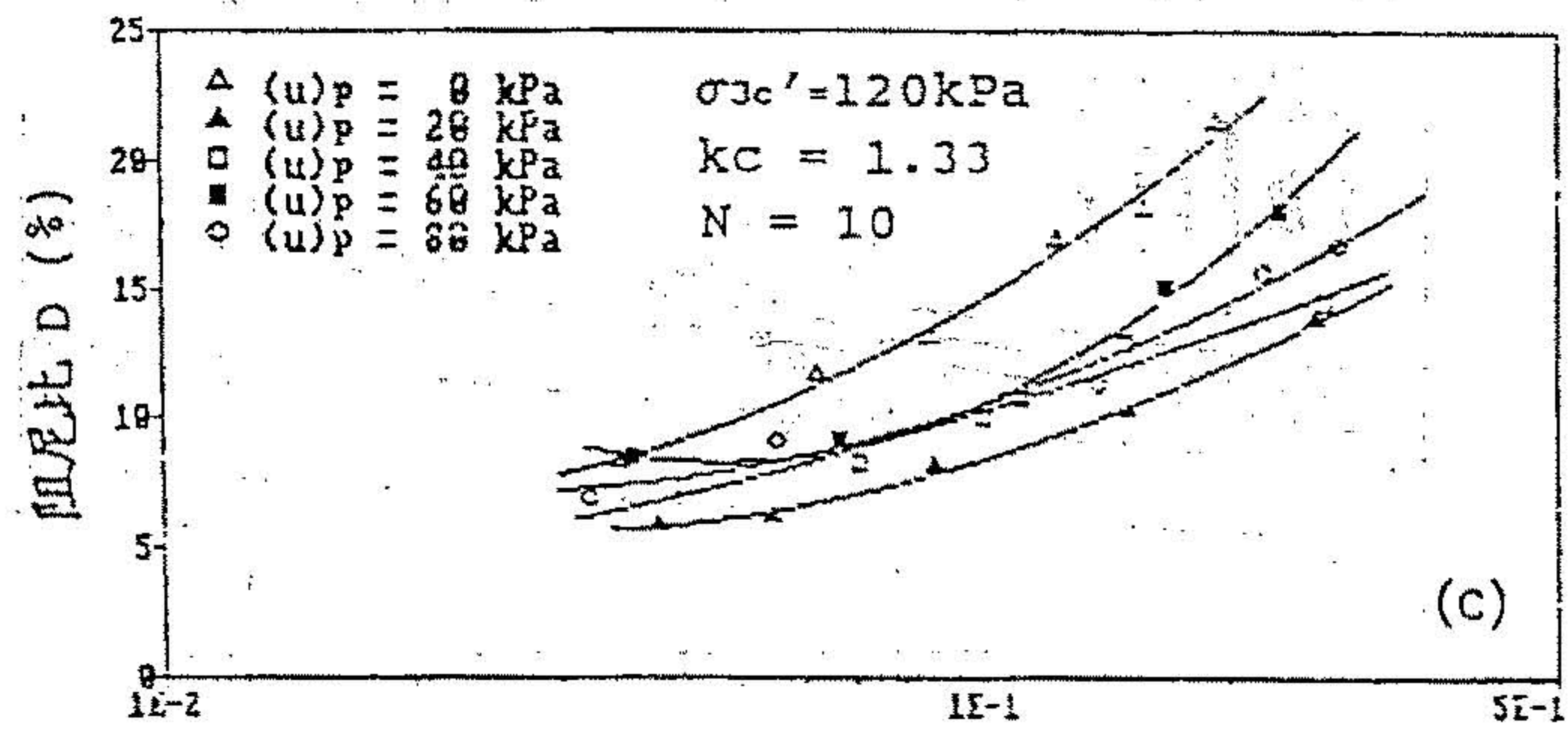
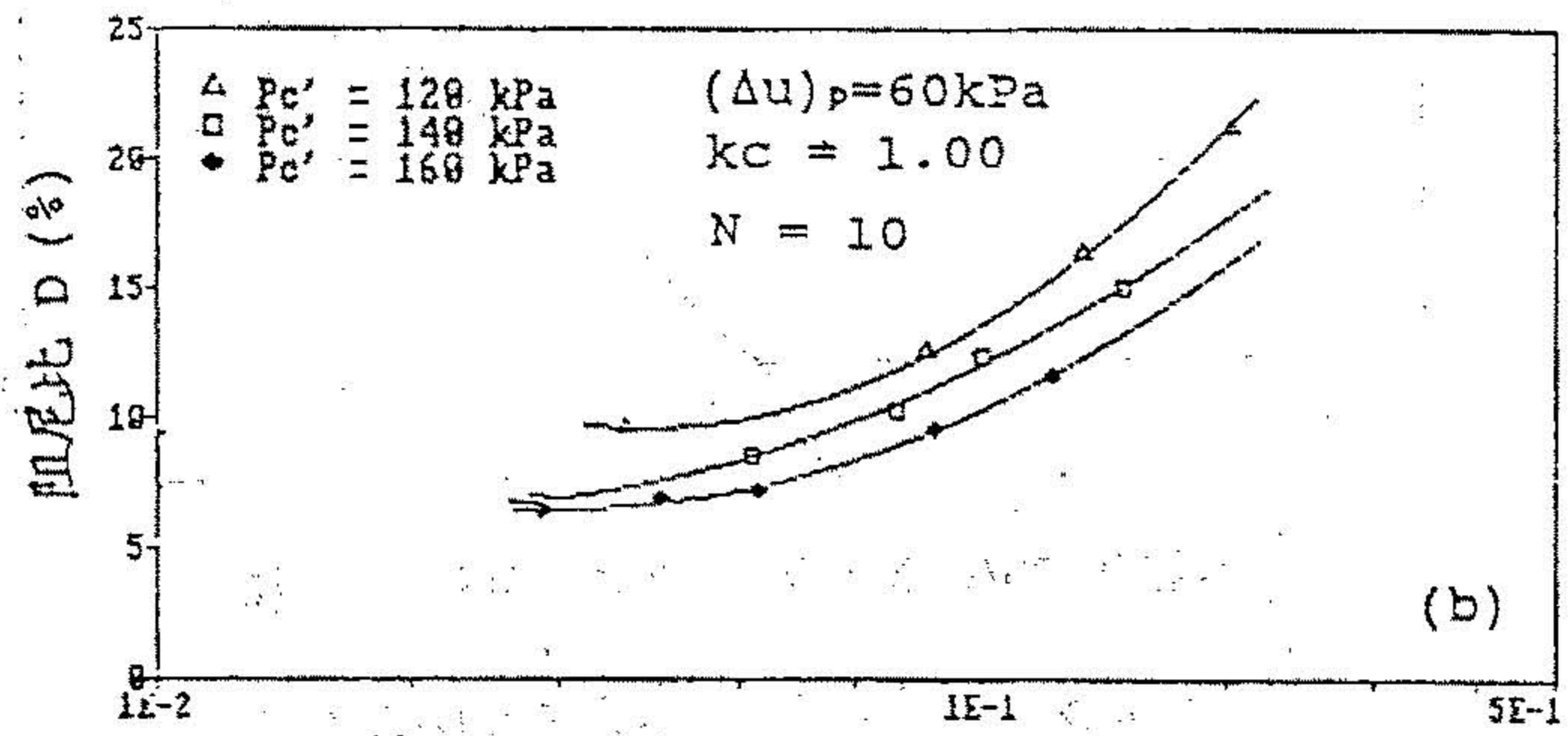
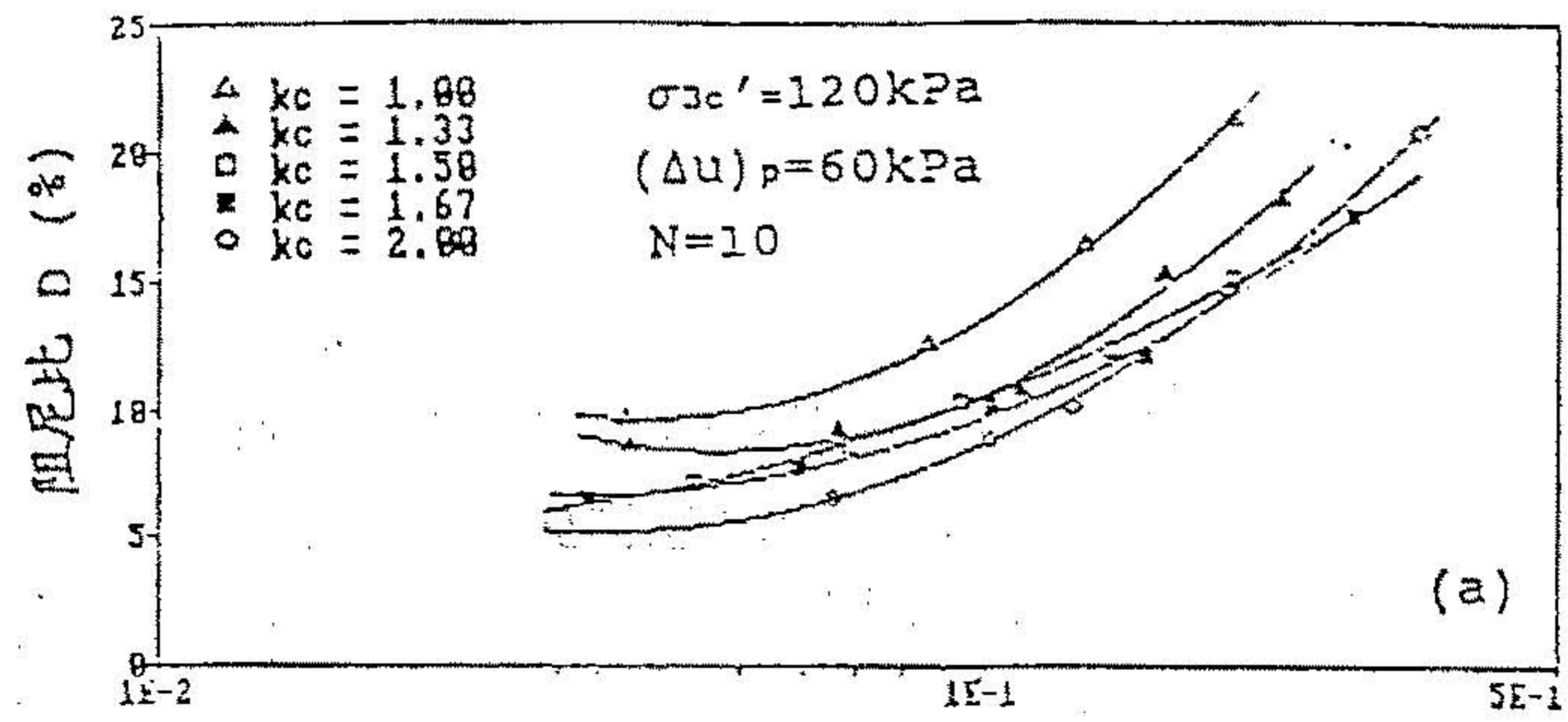
初始剪應力  $\tau_s$  ( kPa )



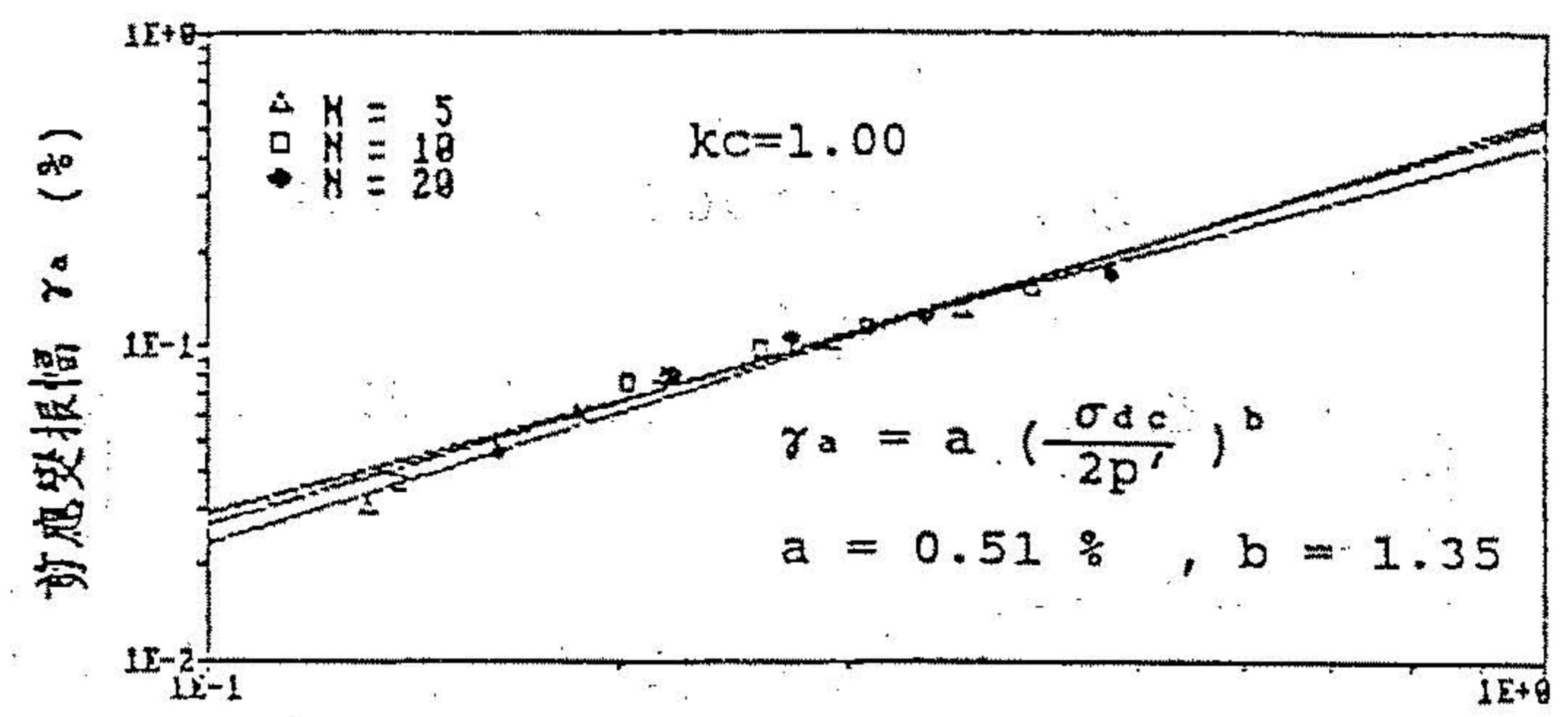
先前超額孔隙水壓比  $(\Delta u)_p / \sigma'_{zc}$

圖 5 剪力模數與初始剪應力之關係  
受預剪力試體  $(\Delta u)_p = 60 \text{ kPa}$

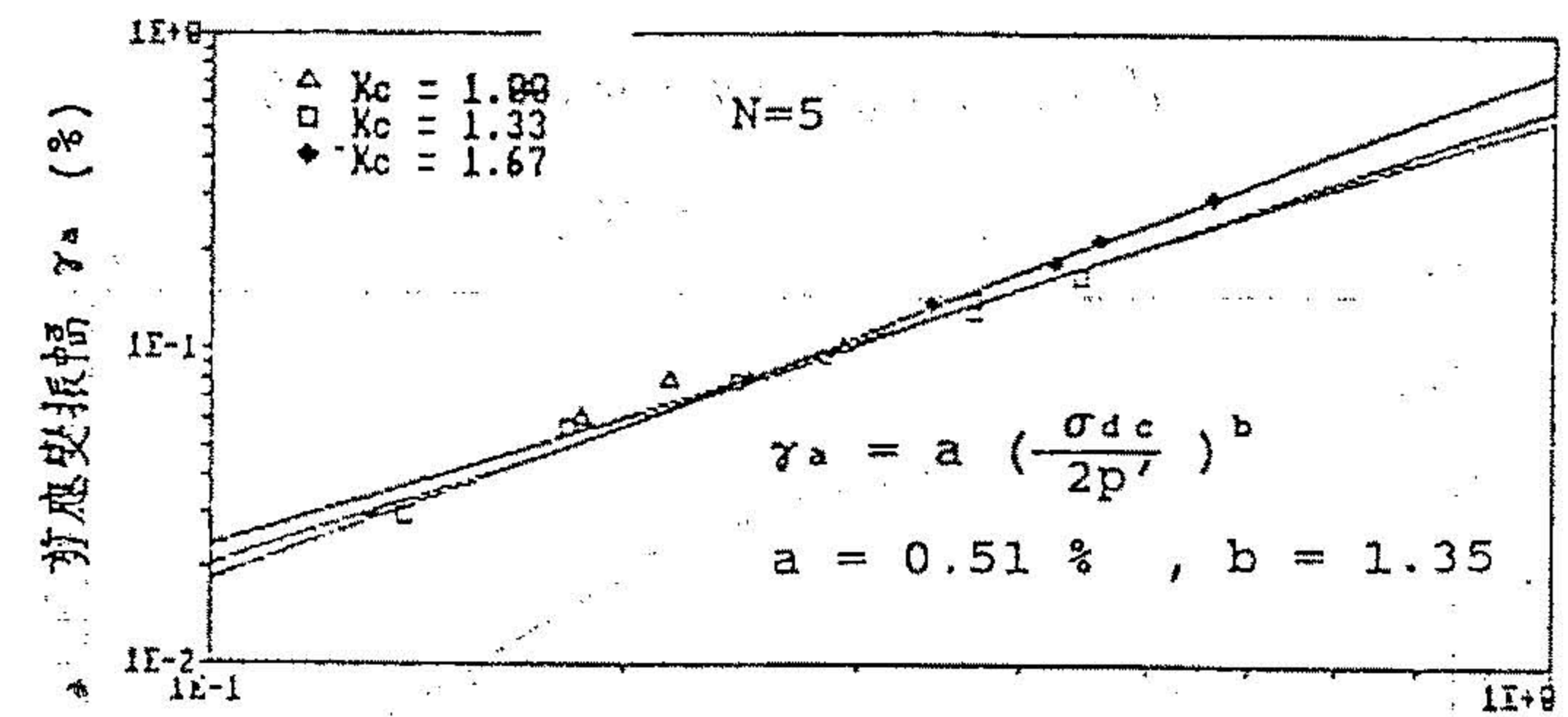
圖 6 剪力模數與先前超額孔隙水壓比之關係  
受預剪力試體  $(\Delta u)_p = 60 \text{ kPa}$



剪應變振幅  $\gamma_a$  (%)  
圖 7 受預剪力試體, 阻尼比與剪應變振幅之關係



軸向應力振幅  $\sigma_{dc}/2 \times$  殘留平均有效應力  $p'$   
圖 8 在不同的振動次數下, 剪應變振幅與  $\sigma_{dc}/2p'$  之關係



軸向應力振幅  $\sigma_{dc}/2 \times$  殘留平均有效應力  $p'$   
圖 9 在不同的壓密應力比下, 剪應變振幅與  $\sigma_{dc}/2p'$  之關係

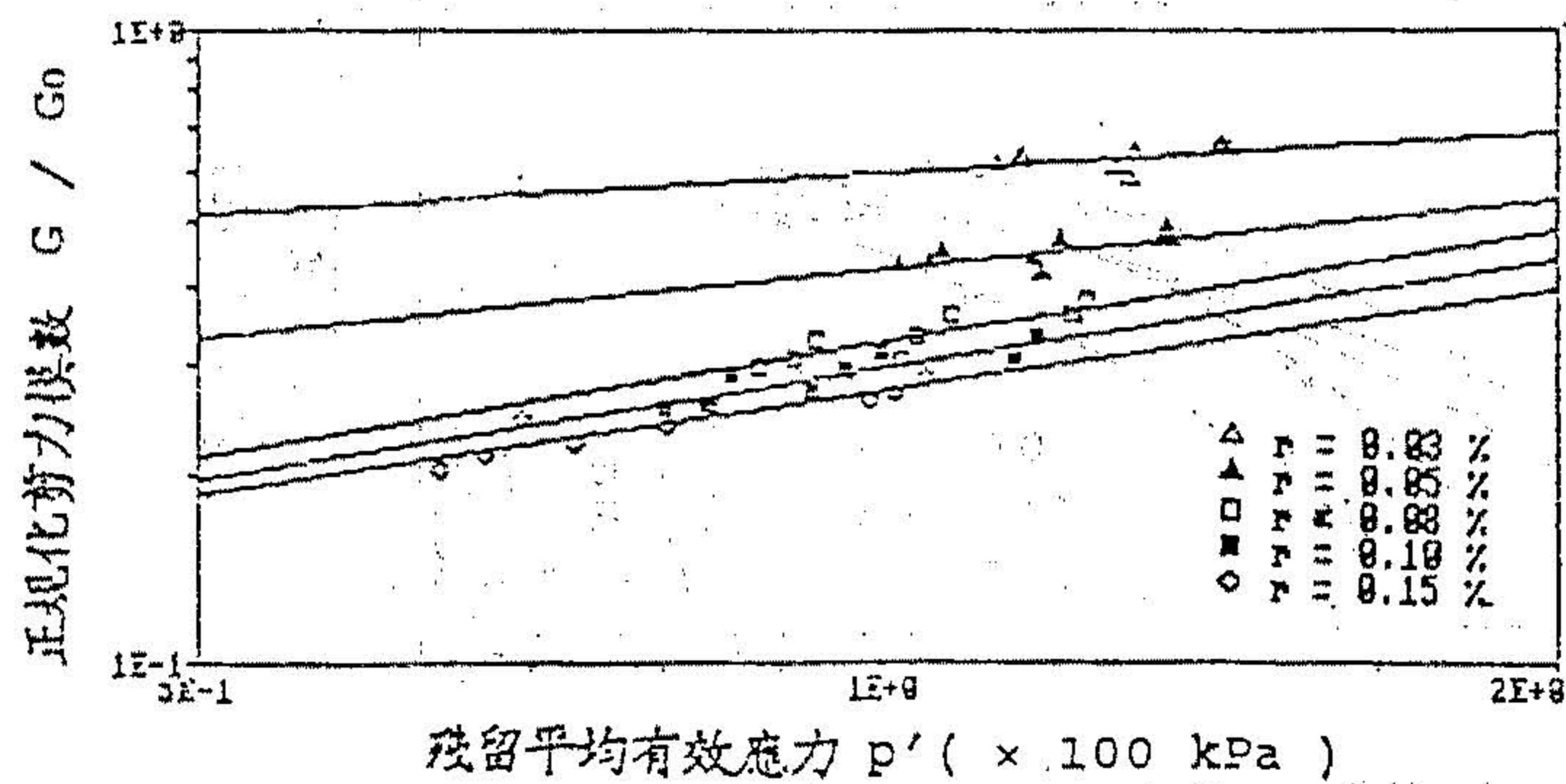


圖 10 殘留平均有效應力與  $G/G_0$  之關係

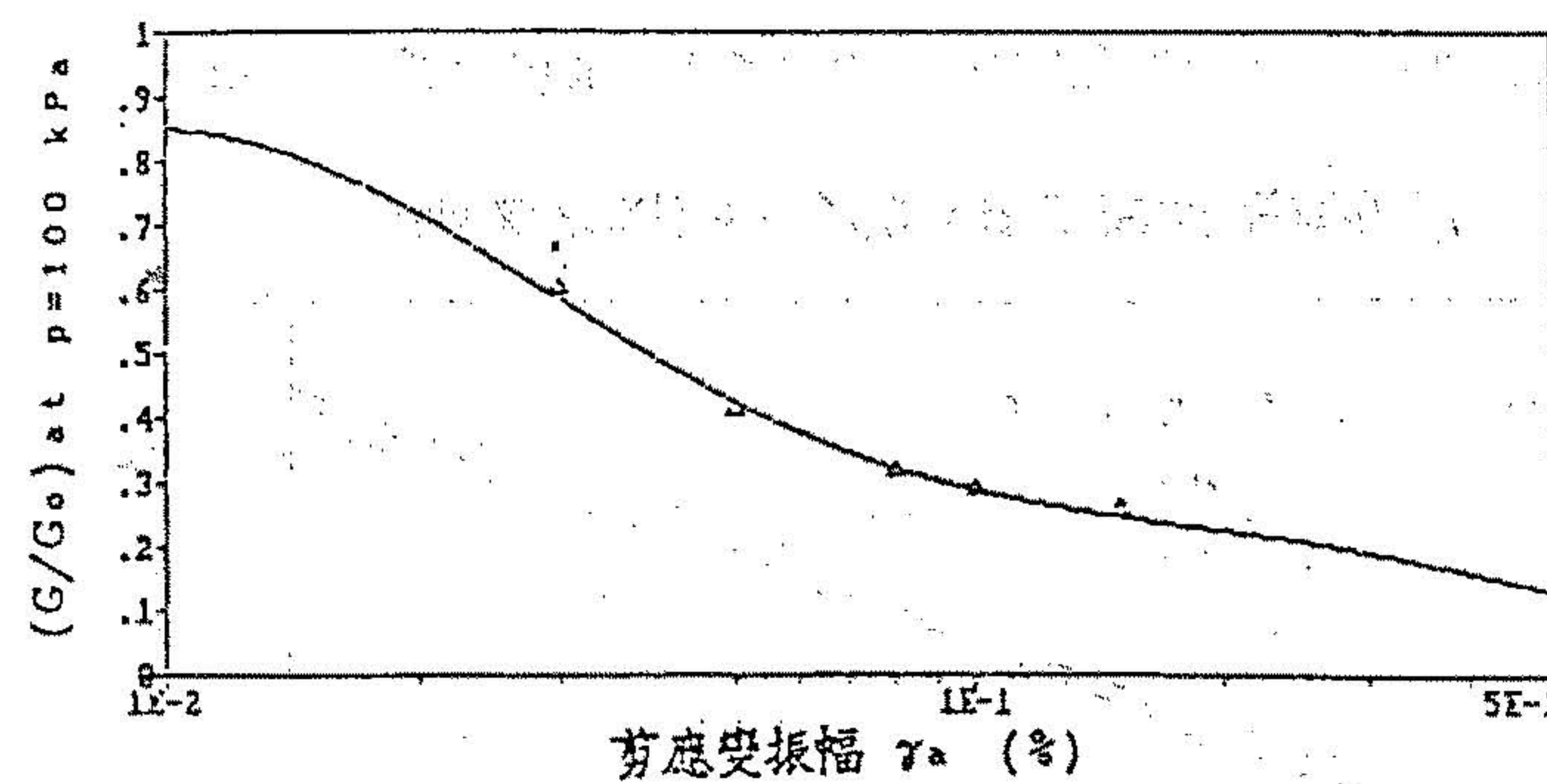


圖 12 在不同的剪應變振幅下之  $k(\gamma_a)$

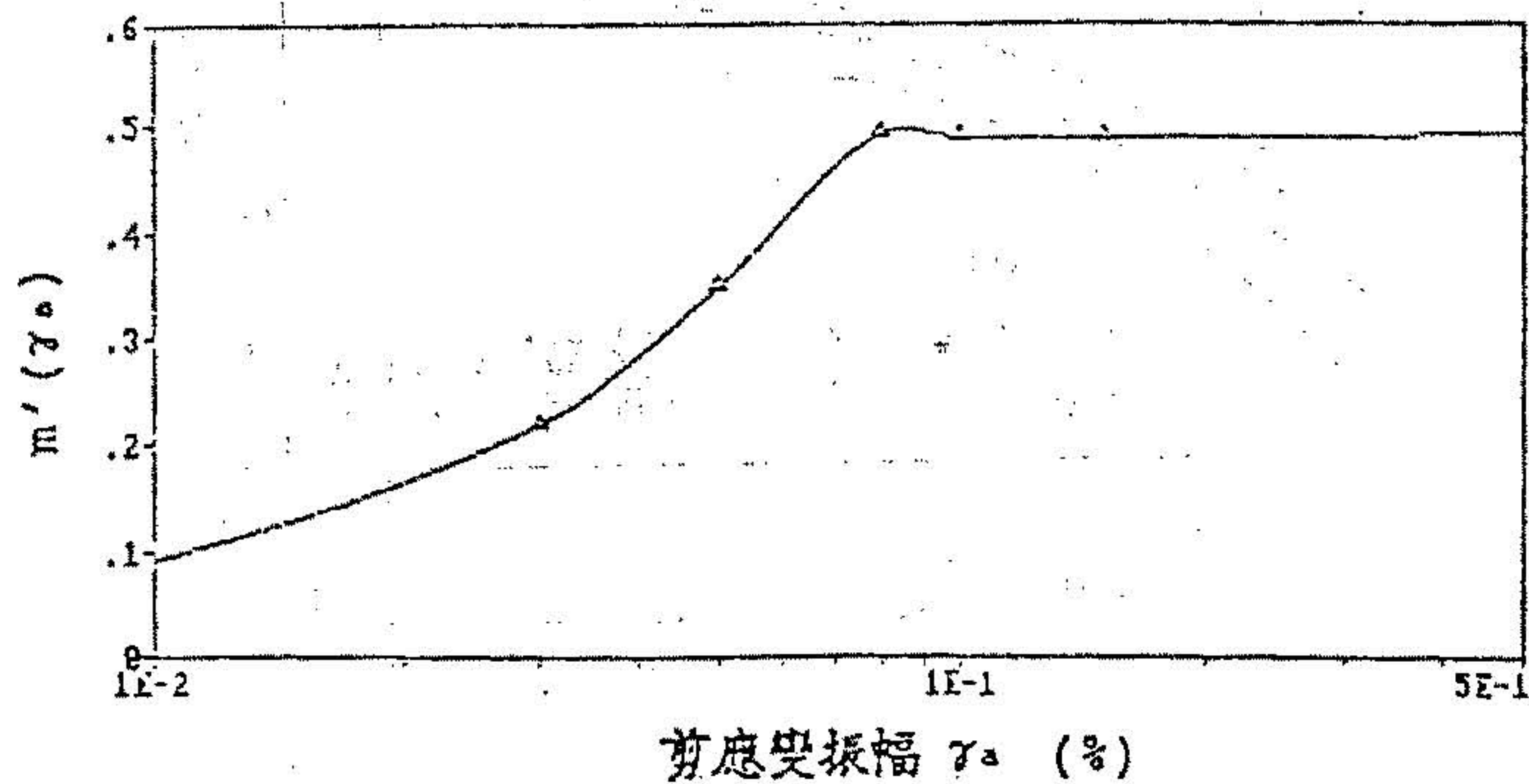


圖 11 在不同的剪應變振幅下之  $m'(\gamma_a)$

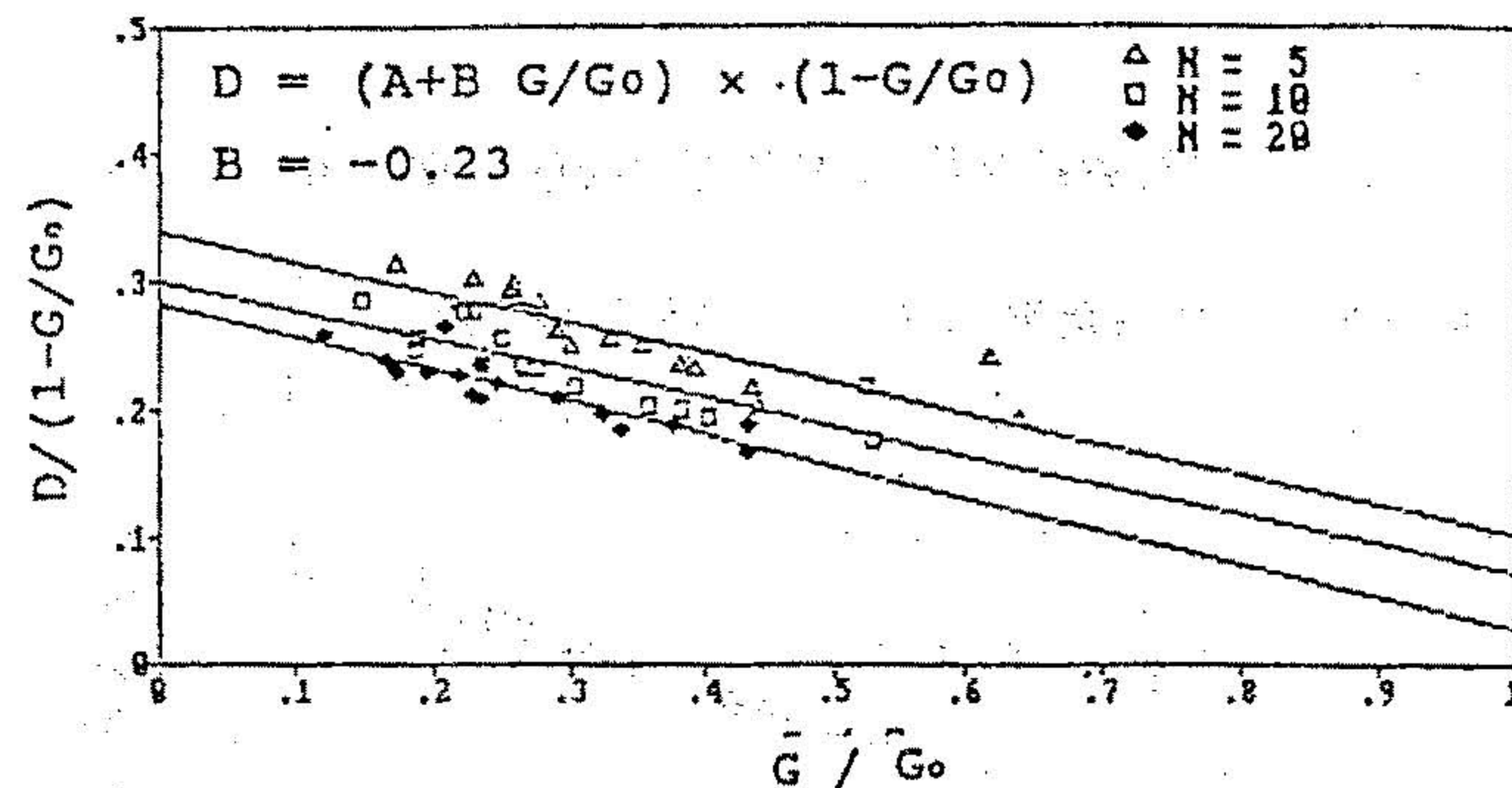


圖 13  $G/G_0$  與  $D/(1-G/G_0)$  之關係

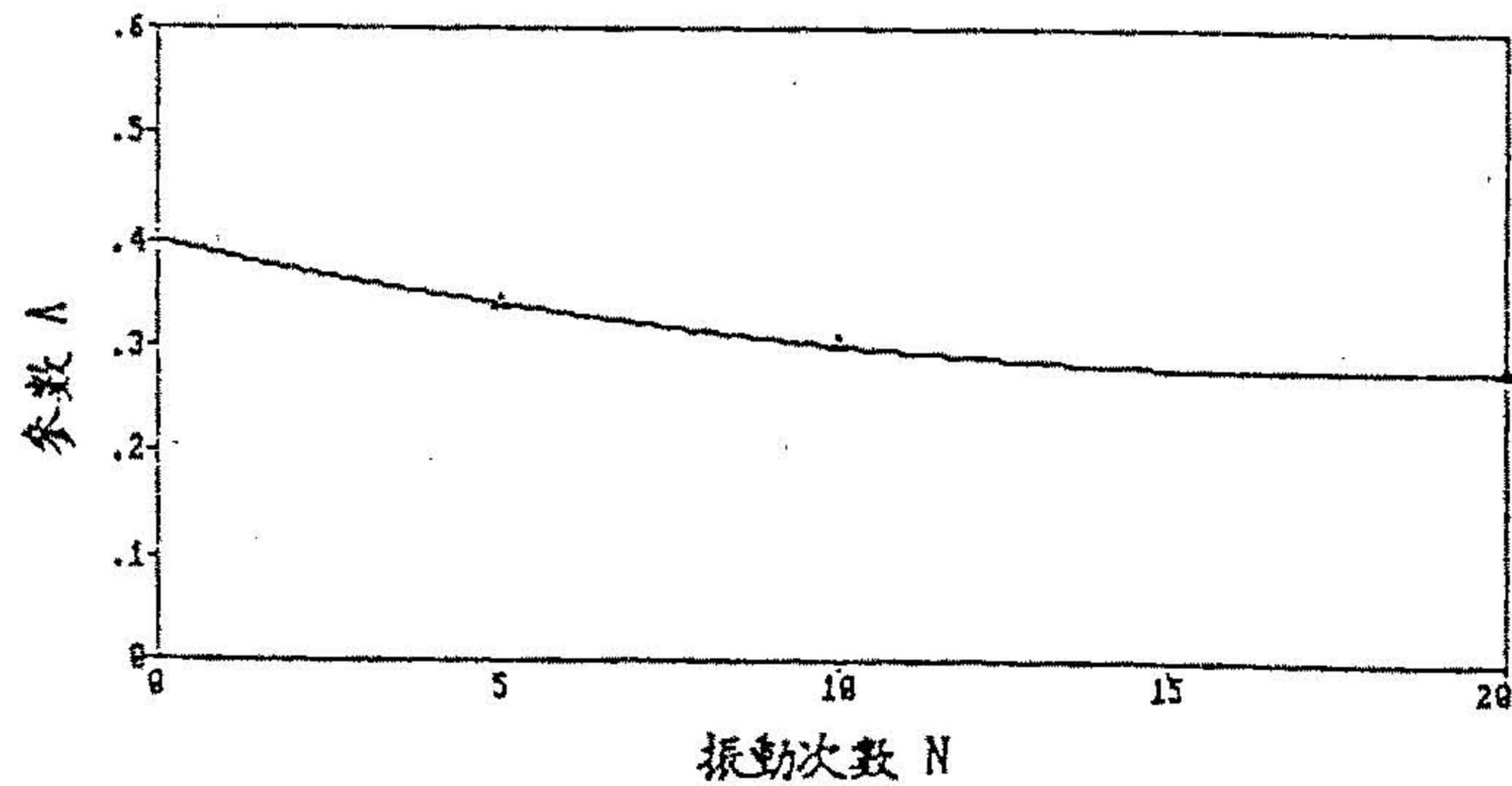


圖 14 振動次數 N 與式(7)中參數 A 之關係

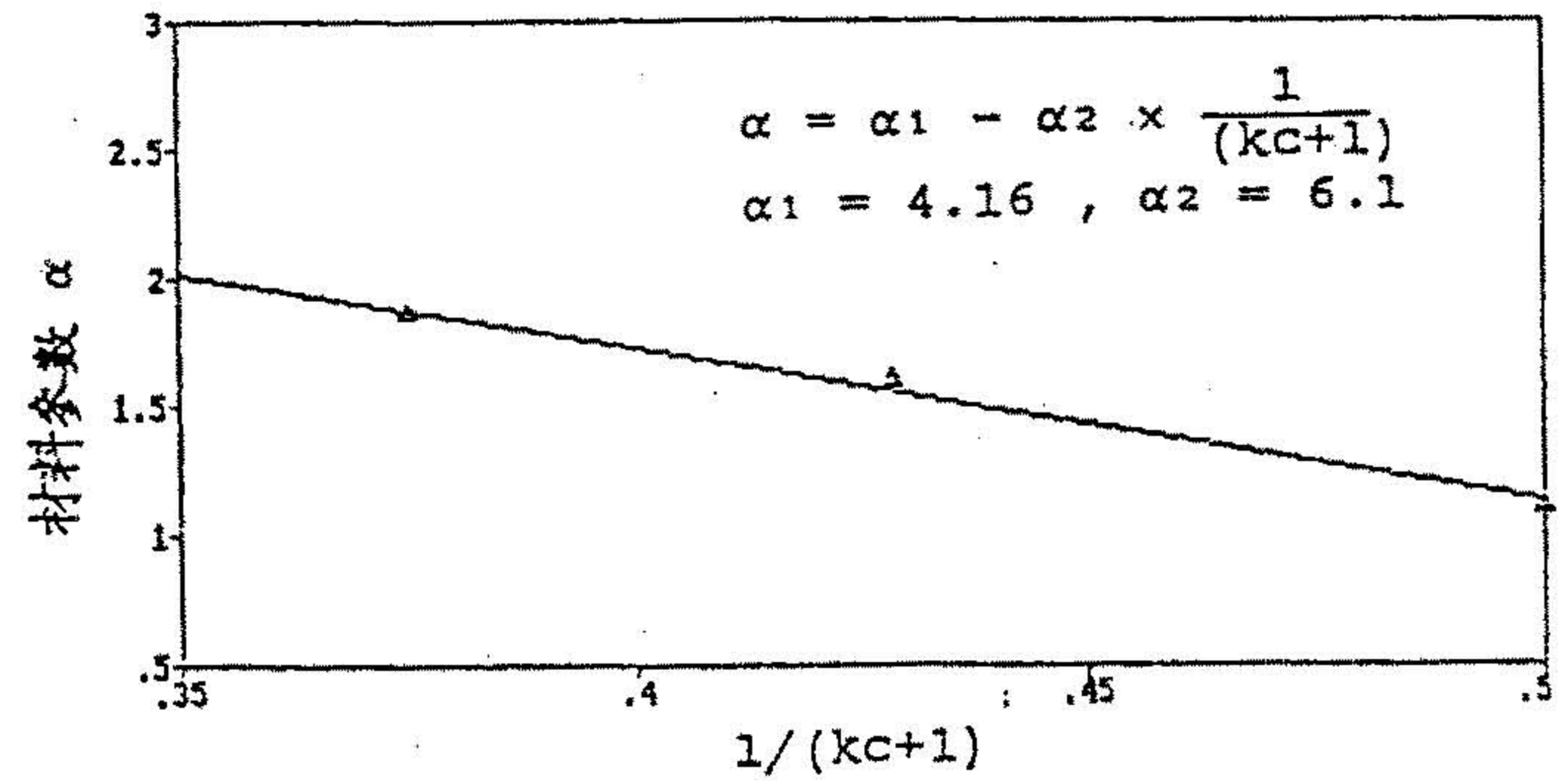


圖 16 材料參數  $\alpha$  與  $1/(Kc+1)$  之關係

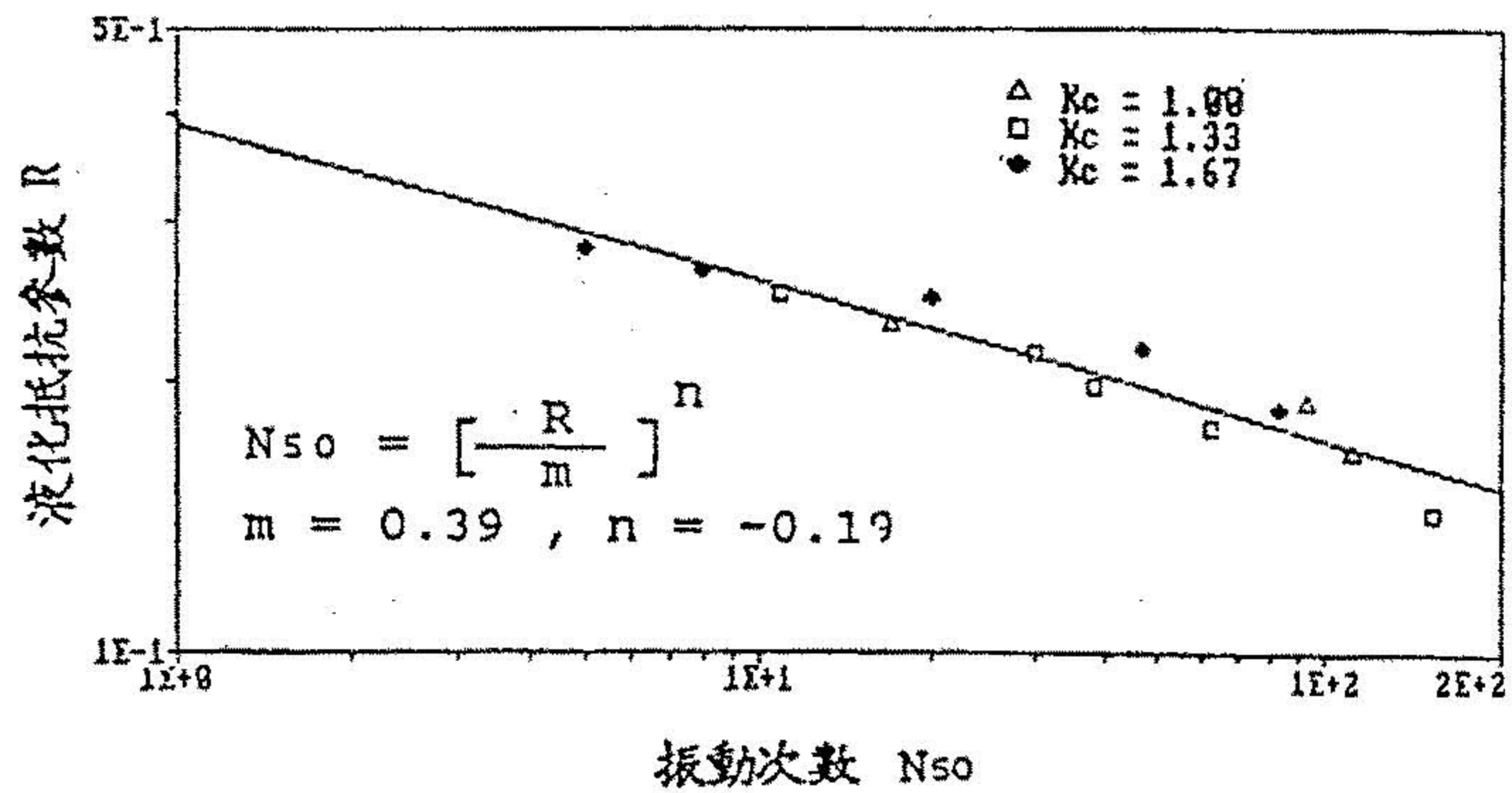


圖 15 振動次數  $N_{50}$  與液化抵抗參數 R 之關係